Ն. Գ. ԱՀԱՐՈՆՅԱՆ | Ե. Ռ. ԻՍՐԱԵԼՅԱՆ

ՀԱՎԱՆԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ԽՆԴՐԱԳԻՐՔ

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ
ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

Ն. Գ. ԱՀԱՐՈՆՅԱՆ
Ե. Ռ. ԻՍՐԱԵԼՅԱՆ

ՀԱՎԱՆԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ԽՆԴՐԱԳԻՐՔ

ԵՐԵՎԱՆ
ԵՊՀ ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ
2016

ՀՏԴ 519.2(076.1)
ԳՄԴ 22.171ց7
Ա 420

*Հրատարակության է երաշխավորել
ԵՊՀ մաթեմատիկայի և մեխանիկայի
ֆակուլտետի գիտական խորհուրդը*

Խմբագիր՝ ֆիզ-մաթ. գիտ. դոկտոր, պրոֆեսոր
Վ. Կ. ՕՀԱՆՅԱՆ

Գրախոսներ՝ ֆիզ-մաթ. գիտ. թեկն., դոցենտ
Ս. Մ. ՆԱՐԻՄԱՆՅԱՆ
ֆիզ-մաթ. գիտ. թեկն., դոցենտ
Կ. Վ. ԳԱՍՊԱՐՅԱՆ

Ահարոնյան Ն. Գ., Իսրաելյան Ե. Ռ.
Ա 420 **Հավանականությունների տեսության խնդրագիրք**/ Ն. Գ. Ահարոնյան, Ե. Ռ. Իսրաելյան: -Եր., ԵՊՀ հրատ., 2016, 154 էջ:

Խնդրագիրքը կազմվել է Երևանի պետական համալսարանի մաթեմատիկայի և մեխանիկայի, ինֆորմատիկայի, ֆիզիկայի, ռադիոֆիզիկայի, տնտեսագիտության ֆակուլտետներում դասավանդվող «Հավանականությունների տեսություն» առարկայի ծրագրին համապատասխան: Նախատեսվում է առկա և հեռակա ուսուցման ուսանողների համար:

ՀՏԴ 519.2(076.1)
ԳՄԴ 22.171ց7

ISBN 978-5-8084-2119-6

ԽՄԲԱԳՐԻ ԿՈՂՄԻՑ

Խնդրագիրքը կազմված է մաթեմատիկայի և մեխանիկայի, ինֆորմատիկայի և կիրառական մաթեմատիկայի, ֆիզիկայի, ռադիոֆիզիկայի, տնտեսագիտության ֆակուլտետներում դասավանդվող «Հավանականությունների տեսություն» առարկայի ծրագրին համապատասխան: Այս խնդրագիրքը պարունակում է տեսական նյութի հակիրճ շարադրանք և 645 խնդիր: Հեղինակները օգտագործելով իրենց դասախոսական փորձը, խնդիրները բաժանել են Ա և Բ խմբերի՝ հաշվի առնելով տարբեր ֆակուլտետների պահանջները: Այդ իսկ պատճառով խնդրագիրքը կարող է օգտակար լինել ինչպես ԵՊՀ-ի, այնպես էլ այլ ԲՈՒՀ-երի այն ուսանողների համար, որոնք ուսումնասիրում են «Հավանականությունների տեսություն» առարկան: Խնդրագիրքը պարունակում է խնդիրներ հավանականությունների տեսության ընդհանուր դասընթացի բոլոր բաժիններից: Այս հրապարակման մեջ ի տարբերություն առաջինի (1986) և երկրորդի (1997), ավելացվել է խնդիրների ընդհանուր քանակը: Խնդիրների լուծման համար օգտագործվող մաթեմատիկական ապարատը դուրս չի գալիս մաթեմատիկական անալիզի, հանրահաշվի և անալիտիկ երկրաչափության ստանդարտ դասընթացների սահմաններից: Խնդրագրքի ձևավորման ընթացքում օգտագործվել են մի շարք խնդրագրքեր և դասագրքեր, մասնավորապես Մեսրոպյան Ն. Խ., Ղազանչյան Տ. Պ., «Հավանականությունների տեսության խնդրագիրք», մաս առաջին և երկրորդ:

Վ. Կ. Օհանյան

Գործողություններ պատահույթների հետ

Հավանականությունների տեսության մեջ ընդունված է հետևյալ մոտեցումը՝ յուրաքանչյուր փորձին համապատասխանության մեջ է դրվում տարրական պատահույթների Ω բազմություն՝ փորձի բոլոր իրար բացառող ելքերի համախմբությունը: Ω-ի ենթաբազմությունների ոչ դատարկ $\mathcal{F}$ դասը անվանում են σ-հանրահաշիվ, եթե բավարարված են հետևյալ պայմանները՝

1) եթե $A \in \mathcal{F}$, ապա $\bar{A} \in \mathcal{F}$, որտեղ $\overline{A} = \Omega \setminus A$,

2) եթե $A_1, A_2, \dots A_n, \dots \in \mathcal{F}$, ապա $\bigcap\limits_{n=1}^{\infty} A_n \in \mathcal{F}$:

Տվյալ փորձի հետ կապված պատահույթները Ω տարրական պատահույթների բազմության ենթաբազմություններ են, որոնք պատկանում են $\mathcal{F}$-ին: Այսուհետ պատահույթներ կանվանենք միայն $\mathcal{F}$-ի տարրերը: Պատահույթները նշանակում են $A, B, C, \dots$ տառերով: Ակնհայտ է, որ $\varnothing, \Omega \in \mathcal{F}$: Ω պատահույթը անվանում են հավաստի պատահույթ, $\varnothing$ պատահույթը անվանում են անհնար պատահույթ: A պատահույթը կոչվում է B պատահույթի մասնավոր դեպք $(A \subset B)$, եթե A պատահույթի հանդես գալուց հետևում է B պատահույթի հանդես գալը: Մասնավորապես, $A \subset A$ և $\varnothing \subset A$ ցանկացած A-ի համար: A և B պատահույթները համընկնում են, եթե $A \subset B$ և $B \subset A$: A և B պատահույթների $A \cup B$ միավորումը այնպիսի պատահույթ է, որը տեղի է ունենում, երբ հանդես է գալիս A և B պատահույթներից գոնե մեկը: A և B պատահույթների $A \cap B$ հատումը պատահույթ է, որը տեղի է ունենում, երբ A-ն և B-ն հանդես են գալիս համատեղ: A և B պատահույթների $A \setminus B$ տարբերությունը պատահույթ է, որը տեղի է ունենում, երբ տեղի է ունենում A-ն, բայց տեղի չի ունենում B-ն: A և B պատահույթների $A \vartriangle B$ սիմետրիկ տարբերությունը սահմանվում է որպես $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$: A և B պատահույթները կոչվում են անհամատեղելի, եթե $A \cap B = \varnothing$: $A_1, A_2, \dots, A_n$ պատահույթները կազմում են լրիվ խումբ, եթե $A_i \cap A_j = \varnothing$, $i \neq j$ և $\bigcup\limits_{i=1}^{n} A_i = \Omega$: A և $\bar{A}$ կոչվում են հակադիր պատահույթներ, եթե $A \cup \bar{A} = \Omega$, $A \cap \bar{A} = \varnothing$:

A պատահույթի $P(A)$ հավանականությունը թվային ֆունկցիա է, որը որոշված է $\mathcal{F}$ σ-հանրահաշվի վրա և բավարարում է հետևյալ աքսիոմ–

ների՝

1) $P(A) \geq 0 \quad \forall A \in \mathcal{F}$,

2) $P(\Omega) = 1$,

3) եթե $A_1, A_2, \ldots, A_n, \ldots$ պատահույթները զույգ առ զույգ անհամատեղելի են՝ $A_i \bigcap A_j = \varnothing,\ i \neq j$, ապա $P(\bigcup\limits_{i=1}^{\infty} A_i) = \sum\limits_{i=1}^{\infty} P(A_i)$:

$(\Omega, \mathcal{F}, P)$ եռյակն անվանում են հավանականային տարածություն:

Ա

1. Մետաղադրամը նետվում է երկու անգամ: Նկարագրել տարրական պատահույթների բազմությունը: Նկարագրել հետևյալ պատահույթները՝ A - գոնե մեկ անգամ կերևա զերբը,
B - զերբը կերևա երկրորդ նետման ժամանակ:

2. Զառը նետում են երկու անգամ: Նկարագրել տարրական պատահույթների բազմությունը: Նկարագրել հետևյալ պատահույթները՝
A - երևացող միավորների գումարը հավասար է «8»-ի,
B - գոնե մեկ անգամ կերևա «6»-ը:

3. Մետաղադրամը նետվում է այնքան անգամ, մինչև երևա զերբը: Նկարագրել հետևյալ պատահույթները՝
A - գոնե մեկ անգամ կերևա գիրը,
B - զերբը կերևա երրորդ նետման դեպքում:

4. Մետաղադրամը նետվում է այնքան անգամ, մինչև նույն կողմը իրար ետևից երևա երկու անգամ: Նկարագրել հետևյալ պատահույթները՝
A - կատարել են ճիշտ 5 նետում,
B - գիրը կերևա ոչ ավել, քան 4 անգամ:

5. Խանութը աշխատում է ժամը 9-ից մինչև 18-ը: Պատահական գնորդը մտնում է խանութ ժամանակի x պահին և հեռանում է խանությից ժամանակի y պահին: Նկարագրել (x, y) տարրական պատահույթների բազմությունը: x-ի և y-ի տերմիններով նկարագրել հետևյալ պատահույթները՝

ա) գնորդը գտնվում է խանութում մեկ ժամից ոչ ավելի,

բ) ժամանակի z պահին գնորդը գտնվում է խանութում:

6. $1, 2, \ldots n$ թվերից պատահականորեն վերցրած է մեկ թիվ: Դիցուք A պատահույթը՝ ընտրած թիվը բաժանվում է երեքի, B պատահույթը՝ ընտրած թիվը զույգ է: Ի՞նչ են նշանակում $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$ պատահույթները:

7. $1, 2, \ldots n$ թվերից պատահականորեն ընտրած է մեկ թիվ: Դիցուք A պատահույթը՝ ընտրած թիվը բաժանվում է հինգի, B պատահույթը՝ ընտրած թիվը ավարտվում է զրոյով: Ի՞նչ են նշանակում $A \setminus B$ և $A \cap \bar{B}$ պատահույթները:

8. Նետում են երկու զառ: Դիցուք A պատահույթը՝ երևացող միավորների գումարը կենտ է, B -ն՝ առնվազն մեկ զառի վրա կերևա «1»-ը: Նկարագրել $A \cap B$, $A \cup B$ պատահույթները:

9. Ապացուցել, որ $A \supset B$ դեպքում տեղի կունենան՝

ա) $\bar{A} \subset \bar{B}$, բ) $A \cap B = B$, գ) $A \cup B = A$:

10. Ապացուցել հավասարությունները՝

ա) $\overline{\bigcup\limits_{i \in I} A_i} = \bigcap\limits_{i \in I} \overline{A_i}$

բ) $\overline{\bigcap\limits_{i \in I} A_i} = \bigcup\limits_{i \in I} \overline{A_i}$

որտեղ I-ն ինդեքսների կամայական բազմություն է:

11. Գտնել x պատահույթը $\overline{(x \cup A)} \cup \overline{(x \cup \bar{A})} = B$ հավասարումից:

12. Ապացուցել, որ A, $\bar{A} \cap B$, $\overline{A \cup B}$ պատահույթները կազմում են լրիվ խումբ:

13. Բերել օրինակներ՝

1) երեք պատահույթների, որոնք, լինելով հավասարահնարավոր և անհամատեղելի, չեն կազմում պատահույթների լրիվ խումբ,

2) չորս պատահույթների, որոնք, չլինելով հավասարահնարավոր, կազմում են լրիվ խումբ:

14. Երկու պատահույթների $A\cup B$ միավորումը արտահայտել անհամատեղելի պատահույթների միավորման միջոցով:

Երեք պատահույթների $A\cup B\cup C$ միավորումը արտահայտել ան–համատեղելի պատահույթների միավորման միջոցով:

15. Նշել հետևյալ պատահույթների հակադիրները՝

ա) A – մետաղադրամի երկու նետումների դեպքում կերևա գերբը,

բ) B – երեք կրակոցների դեպքում նշանին կդիպչեն երեք անգամ,

գ) C – երեք կրակոցների դեպքում նշանին կդիպչեն գոնե մեկ ան–գամ:

16. Թիրախին կրակում են երեք անգամ: Դիցուք A_i-ն $(i=1,2,3)$ պատահույթն է, երբ i-րդ կրակոցը դիպուկ է: Նկարագրել A_i պատա–հույթներով հետևյալ պատահույթները՝

ա) A – թիրախին կդիպչեն երեք անգամ,

բ) B – թիրախին ոչ մի անգամ չեն դիպչի,

գ) C – թիրախին կդիպչեն միայն մեկ անգամ,

դ) D – թիրախին կդիպչեն առնվազն երկու անգամ:

17. Սարքը բաղկացած է առաջին փիպի երկու և երկրորդ փիպի երեք մասերից: Դիտարկենք հետևյալ պատահույթները՝ A_k $(k=1,2)$ - առաջին փիպի k-րդ մասը և B_j $(j=1,2,3)$ - երկրորդ փիպի j-րդ մասը աշխատունակ է: Սարքը անխափան է, եթե աշխատունակ են առաջին փիպի մասերից գոնե մեկը և երկրորդ փիպի մասերից գոնե երկուսը: Նկարագրել A_k և B_j պատահույթների միջոցով սարքի ան–խափան լինելու C պատահույթը:

18. Դիցուք $\Omega=R^2$, $\mathcal{F}=\mathcal{B}_2$, $A=\{(x,y):x+y\le 1\}$, $B=\{(x,y):y\le 2x+2\}$: Նկարագրել $A\cap B$, $A\cup B$, $A\setminus B$, $\bar{A}$, $\bar{B}$, $\bar{A}\cap\bar{B}$ պատահույթները:

19. Դիցուք $\Omega=R^1$, $\mathcal{F}=\mathcal{B}_1$, $A_n=(\frac{1}{2n},\frac{1}{n})$: Նկարագրել $A=\bigcap\limits_{n=1}^{\infty}A_n$, $B=\bigcup\limits_{n=1}^{\infty}A_n$ պատահույթները:

Բ

20. Դիցուք $A_n \in \mathcal{F}$, $n = 1, 2, \ldots$: Ապացուցել, որ $\bigcup\limits_{n=1}^{\infty} A_n = \bigcup\limits_{n=1}^{\infty} B_n$, որտեղ $B_1 = A_1$, $B_n = A_n \setminus \bigcup\limits_{i=1}^{n-1} A_i$ և B_j պատահույթները անհամատեղելի են:

21. Ապացուցել, որ
ա) $A \triangle B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$,
բ) $A \triangle (B \triangle C) = (A \triangle B) \triangle C$,
գ) $A \triangle \varnothing = A$, $A \triangle \Omega = \bar{A}$,
դ) $A \triangle A = \varnothing$, $A \triangle \bar{A} = \Omega$:

22. Դիցուք $A_n \in \mathcal{F}$, $n = 1, 2, \ldots$, A^*-ը այն և միայն այն ω տարրերի բազմությունն է, որոնք պատկանում են անվերջ թվով A_n պատահույթներին: A_* -ը այն և միայն այն ω տարրերի բազմությունն է, որոնք պատկանում են բոլոր պատահույթներին, բացառությամբ վերջավոր թվով պատահույթների: Ապացուցել, որ
ա) $A_n \subset A^*$, $n = 1, 2, ...$, բ) $A_* = \bigcup\limits_{n=1}^{\infty} \bigcap\limits_{m=n}^{\infty} A_m$,
գ) $A^* = \bigcap\limits_{n=1}^{\infty} \bigcup\limits_{m=n}^{\infty} A_m$:

Դիտողություն. $A^* = \varlimsup\limits_{n\to\infty} A_n = \lim\limits_{n\to\infty} \sup A_n$ $\{A_n\}$ հաջորդականության վերին սահմանն է, $A_* = \varliminf\limits_{n\to\infty} A_n = \lim\limits_{n\to\infty} \inf A_n$ հաջորդականության ստորին սահմանն է: Կասենք, որ $\{A_n\}$ հաջորդականությունը ունի սահման, եթե $A_* = A^*$:

23. Դիցուք

$$I_A(\omega) = \begin{cases} 0, & \text{եթե} \quad \omega \notin A \\ 1, & \text{եթե} \quad \omega \in A : \end{cases}$$

$I_A(\omega)$-ն կոչվում է A բազմության ինդիկատոր ֆունկցիա: Ապացուցել, որ
ա) $I_{A\cap B}(\omega) = I_A(\omega) \cdot I_B(\omega)$,

բ) $I_{A\cup B}(\omega) = I_A(\omega) + I_B(\omega) - I_A(\omega)\cdot I_B(\omega)$,
գ) $I_{\bar{A}}(\omega) = 1 - I_A(\omega)$,
դ) $I_{A\setminus B}(\omega) = I_A(\omega)[1 - I_B(\omega)]$,
ե) $I_{A\triangle B}(\omega) = |I_A(\omega) - I_B(\omega)|$
զ) $I_{A\triangle B}(\omega) = [I_A(\omega) + I_B(\omega)](mod\,2)$,

որտեղ $a(mod\,2) = \begin{cases} 0, & \text{եթե } a\text{-ն զույգ է,} \\ 1, & \text{եթե } a\text{-ն կենտ է :} \end{cases}$

24. Դիցուք

$$A_n = \begin{cases} A, & \text{եթե } n - \text{ը զույգ է} \\ B, & \text{եթե } n - \text{ը կենտ է :} \end{cases}$$

Ապացուցել, որ $\overline{\lim_{n\to\infty}} A_n = A\cup B$, $\underline{\lim_{n\to\infty}} A_n = A\cap B$:

25. Դիցուք $A_n \in \mathcal{F}$, $n = 1, 2, \ldots$ և բոլոր n-երի համար $A_n \subset A_{n+1}$: Ապացուցել, որ $\overline{\lim_{n\to\infty}} A_n = \underline{\lim_{n\to\infty}} A_n = \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$:

26. Դիցուք $A_n \in \mathcal{F}$, $n = 1, 2, \ldots$ և բոլոր n-երի համար $A_n \supset A_{n+1}$: Ապացուցել, որ $\overline{\lim_{n\to\infty}} A_n = \underline{\lim_{n\to\infty}} A_n = \bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$:

Համակցություն (Կոմբինատորիկա)

1. **Համակցության հիմնական սկզբունք** (բազմապատկման սկզբունք): Դիցուք անհրաժեշտ է հաջորդաբար կատարել k գործողություն: Եթե առաջին գործողությունը կարելի է կատարել n_1 տարբեր ձևերով, այնուհետև երկրորդը՝ n_2, իսկ երրորդը՝ n_3 ձևերով և այլն, մինչև k-րդ գործողությունը, որը կարելի է կատարել n_k տարբեր ձևերով, ապա բոլոր k գործողությունները կարելի է կատարել $n_1 \cdot n_2 \cdots n_k$ տարբեր ձևերով:

Դիցուք ունենք n տարրերից բաղկացած համախմբություն:

2. **Կարգավորություն n-ից k-ական**՝ այնպիսի միացություններ են, որոնցից յուրաքանչյուրը պարունակում է n տարրերից վերցրած k տարր

և որոնք տարբերվում են միմյանցից կամ գոնե մեկ տարրով, կամ դրանց դասավորությամբ, ընդ որում առանձին միացություններում յուրաքանչ– յուր տարր մասնակցում է ոչ ավելի, քան մեկ անգամ: n-ից k-ական կարգավորությունների թիվը նշանակվում է A_n^k-ով և հավասար է

$$A_n^k = n(n-1)\cdots(n-(k-1)) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

(կարգավորված և անվերադարձ ընտրություն):

3. n **տարրերից տեղափոխությունները** այնպիսի միացություններ են, որոնցից յուրաքանչյուրը պարունակում է n տարր, որոնք միմյանցից տարբերվում են միայն տարրերի դասավորությամբ: n տարրերից տե– ղափոխությունների թիվը նշանակվում է $\mathcal{P}_n$ -ով և հավասար է

$$\mathcal{P}_n = A_n^n = n!$$

4. **Զուգորդություններ n-ից k-ական** այնպիսի միացություններ են, որոնցից յուրաքանչյուրը պարունակում է փվյալ n տարրերից վերցրած k տարր և որոնք տարբերվում են միմյանցից գոնե մեկ տարրով, ընդ որում առանձին միացություններում յուրաքանչյուր տարր մասնակցում է ոչ ավելի, քան մեկ անգամ: n-ից k-ական զուգորդությունների թիվը նշանակվում է C_n^k-ով և հավասար է

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

(ոչ կարգավորված և անվերադարձ ընտրություն):

5. **Կարգավորված և վերադարձումով ընտրություն՝**

$$\underbrace{n \cdot n \cdots n}_{k} = n^k :$$

6. **Ոչ կարգավորված և վերադարձումով ընտրություն՝**

$$C_{n+k-1}^{n-1} = C_{n+k-1}^{k} :$$

Ա

27. Սարի գագաթ կարելի է հասնել 7 ուղիներով: Քանի՞ տարբեր ձևերով լեռնագնացը կարող է բարձրանալ և իջնել սարից: Լուծել խնդի– րը, եթե վերելքը և վայրէջքը կատարվում են տարբեր ուղիներով:

28. Դասարանում անցնում են 10 առարկա: Երկուշաբթի օրը 6 դաս է, ընդ որում բոլոր դասերը տարբեր են: Քանի՞ տարբեր ձևերով կարելի է կազմել դասացուցակը երկուշաբթի օրվա համար:

29. Ուսանողը պետք է 8 օրվա ընթացքում հանձնի 4 քննություն: Քանի՞ տարբեր ձևերով կարելի է դա իրականացնել, եթե մեկ օրում կարելի է հանձնել միայն մեկ քննություն:

30. Քանի՞ անկյունագիծ ունի ուռուցիկ n անկյունին:

31. Քանի՞ ձևով կարելի է դասավորել շախմատի տախտակի վրա 8 նավակ, որպեսզի նրանք չկարողանան հարվածել միմյանց:

32. Գտնել n տարրերից այնպիսի տեղափոխությունների թիվը, որ– տեղ տրված 2 տարրը չեն գտնվում իրար մոտ:

33. Պարոն Ջոնսը ունի 10 գիրք, որոնք նա պատրաստվում է տեղա– դրել իր գրադարակում: Դրանցից 4-ը մաթեմատիկական գրքեր են, 3-ը վերաբերվում են քիմիային, 2-ը՝ պատմությանը, իսկ 1-ը՝ անգլերեն լեզվին: Ջոնսը ցանկանում է դասավորել իր գրքերը այնպես, որ նույն առարկային վերաբերվող գրքերը դրված լինեն միասին: Քանի տարբեր դասավորություններ են հնարավոր:

34. Ինչ-որ քաղաքի ոստիկանության բաժնում աշխատում է 10 սպա: Եթե ոստիկանական վարչությունը 5 սպաների պետք է ուղարկի փողոց– ները հսկելու, 2-ը պետք է աշխատեն լրիվ դրույքով կայանում, իսկ 3-ը՝ պահուստային կայանում, քանի՞ տարբեր հնարավորություններ կան 10 սպաներին 3 խմբերի բաժանելու համար:

Բ

35. Որոշել ուռուցիկ n-անկյան անկյունագծերի հատման կետերի քանակը, եթե դրանցից յուրաքանչյուր երեքը չեն հատվում նույն կետում:

36. Հանձնաժողովը բաղկացած է 11 հոգուց: Փաստաթղթերը, որոնցով պետք է զբաղվի հանձնաժողովը, գտնվում են պահարանում: Քանի՞ փական պետք է ունենա պահարանը և քանի բանալի պետք է ունենա հանձնաժողովի յուրաքանչյուր անդամ, որպեսզի հնարավոր լինի բացել պահարանը այն և միայն այն դեպքում, երբ ներկա կլինի հանձնաժողովի անդամների մեծամասնությունը:

37. n միանման գնդիկները տեղավորում են N սափորների մեջ: Ապացուցել, որ

ա) տարբեր տեղավորումների թիվը հավասար է $C_{N+n-1}^{n} = C_{N+n-1}^{N-1}$,

բ) տեղավորումների թիվը, երբ յուրաքանչյուր սափորը կպարունակի առնվազն մեկ գնդիկ, հավասար է C_{n-1}^{N-1}:

38. Քանի՞ տարբեր ձևերով կարելի է բաշխել N երեխաների միջև n միանման նվեր: Գտնել այն եղանակների թիվը, երբ յուրաքանչյուր երեխա կստանա առնվազն մեկ նվեր:

39. Քանի՞ տարբեր ձևերով հնարավոր է ընտրել 6 կարկանդակ, եթե հրուշակարանում կան 11 տարբեր տեսակի կարկանդակներ:

40. ա) Քանի՞ ամբողջ ոչ բացասական լուծում ունի

$$x_1 + x_2 + \ldots + x_N = n$$

հավասարումը:

բ) Քանի՞ ամբողջ դրական լուծում ունի

$$x_1 + x_2 + \ldots + x_N = n$$

հավասարումը:

41. Դիցուք ունենք N փոփոխականներից $f(x_1, x_2, \ldots, x_N)$ ֆունկ– ցիա: Քանի՞ պարբեր n-րդ կարգի մասնակի ածանցյալներ ունի այդ ֆունկցիան:

42. 10 մարդկանցից բաղկացած ակումբից, որոնց թվում են A, B, C, D, E-ն և F-ը, հարկավոր է ընտրել նախագահ, գանձապահ և քարտուղար: Ոչ մեկը չի կարող ունենալ մեկից ավելի պաշտոն: Պե– տական պաշտոնյաների քանի՞ տարբեր ընտրություններ են հնարավոր, եթե

ա) ոչ մի սահմանափակում չկա,

բ) A-ն և B-ն չեն ընտրվի միասին,

գ) C-ն և D-ն կամ միասին կընտրվեն, կամ չեն ընտրվի,

դ) E-ն կլինի պաշտոնյա,

ե) F-ը համաձայն է աշխատել միայն նախագահի պաշտոնում:

Հավանականության դասական սահմանումը

Դիցուք Ω տարածությունը բաղկացած է n հավասարահնարավոր տարրական պատահույթներից՝ $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n\}$: Ցանկացած $A \subset \Omega$, $A = \{\omega_{i_1}, \omega_{i_2}, \ldots, \omega_{i_k}\}$, $k \leq n$ պատահույթի հավանականությունը հավասար է

$$P(A) = \frac{k}{n} :$$

Ա

43. Մետաղադրամը նետվում է երկու անգամ: Ինչպիսի՞ն է զերբի գոնե մեկ անգամ երևալու հավանականությունը:

44. Նետում են երկու զառ: Գտնել հետևյալ պատահույթների հա– վանականությունները՝

ա) զառերի վրա կերևան միևնույն քանակի միավորներ,

բ) զառերի վրա կերևան տարբեր քանակի միավորներ:

45. Հեռախոսահամարը բաղկացած է 6 թվանշանից: Գտնել բոլոր թվանշանների տարբեր լինելու հավանականությունը:

46. Ութ հարկանի շենքի վերելակն են մտնում առաջին հարկում 5 հոգի: Ենթադրենք, որ նրանցից յուրաքանչյուրը հավասար հավանականությամբ կարող է դուրս գալ ցանկացած հարկում, սկսած երկրորդ հարկից: Գտնել հետևյալ պատահույթների հավանականությունները՝

ա) բոլորը դուրս կգան միևնույն հարկում,

բ) բոլորը դուրս կգան տարբեր հարկերում:

47. k հրանոթից բաղկացած մարտկոցը կրակ է բացել l ինքնաթիռներից բաղկացած խմբի վրա ($k \leq l$): Հրանոթներից յուրաքանչյուրն իր նպատակակետի ընտրությունը կատարում է պատահականորեն, անկախ մյուսներից: Գտնել հետևյալ պատահույթների հավանականությունը՝

ա) բոլոր k հրանոթները ընտրել են միևնույն նպատակակետը,

բ) հրանոթներն ընտրել են տարբեր նպատակակետեր:

48. $1, 2, 3, 4, 5$ թվերը գրված են 5 քարտերի վրա: Պատահականորեն հաջորդաբար հանում են երեք քարտ և հանված թվերը դասավորում են ձախից աջ: Ինչպիսի՞ն է ստացված թվի ա) զույգ, բ) կենտ լինելու հավանականությունը:

49. Առանձին քարտերի վրա գրված են $1, 2, 3, ..., 9$ թվերը: Բոլոր քարտերը խառնելուց հետո պատահականորեն հաջորդաբար հանում են նրանցից չորսը և դասավորում մեկը մյուսի հետևից: Ինչպիսի՞ն է ստացված թվի ա) զույգ, բ) 1 2 3 4 լինելու հավանականությունը:

50. Արկղը պարունակում է 15 դետալ, որոնցից 10-ը ներկված են: Բանվորը պատահական վերցնում է նրանցից 3-ը: Գտնել բոլոր վերցրած դետալների ներկված լինելու հավանականությունը:

51. Սափորը պարունակում է a սպիտակ և b սև գնդիկներ: Սափորից միանգամից հանում են երկու գնդիկ: Որոշել այդ երկու գնդիկների սպիտակ լինելու հավանականությունը:

52. N դետալներից բաղկացած խմբաքանակը գտնվում է հսկիչի մոտ, որը պատահականորեն ընտրում է n դետալ և որոշում դրանց

որակը: Եթե ընտրած դետալներից ոչ մեկը խոտանված չէ, ապա ամբողջ խմբաքանակը ընդունվում է: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ հսկիչը կընդունի k խոտանված դետալ պարունակող խմբաքանակը:

53. 20 ուսանողներից բաղկացած խմբում կա 6 գերազանցիկ: Գտնել պատահականորեն ընտրած 9 ուսանողներից 4 - ի գերազանցիկ լինելու հավանականությունը:

54. Շախմատի մրցմանը մասնակցում է 20 հոգի, որոնք վիճակա– հանությամբ բաժանվում են 10 հոգուց բաղկացած երկու խմբի: Գտնել հետևյալ պատահույթների հավանականությունները՝

ա) երկու ամենաուժեղ խաղացողները կբաշխվեն տարբեր խմբերի մեջ,

բ) չորս ամենաուժեղ խաղացողները կբաշխվեն երկուական տարբեր խմբերի մեջ:

55. Խաղաթղթերի կապուկը պատահականորեն բաժանվում է երկու հավասար մասերի: Որոշել յուրաքանչյուր մասում երկուական մեկանոց լինելու հավանականությունը:

56. N արտադրանքներից բաղկացած խմբաքանակը պարունակում է M խոտանված արտադրանք: Այդ խմբաքանակից պատահականորեն վերցնում են $n\,(n \leq N)$ արտադրանք: Ինչի՞ է հավասար դրանց մեջ $m\,(m \leq M)$ խոտանված արտադրանքներ լինելու հավանականությու– նը:

57. 1 - 49 թվերից պատահական նշվում են 6 տարբեր թվեր: Ինչպի– սի՞ հավանականությամբ վիճակախաղի ժամանակ հանված 6 թվերի մեջ կգտնվեն նշված թվերից գոնե 3-ը:

58. Խաղարկվում է վիճակախաղի n տոմս, որոնցից m-ը շահող է: Ինչպիսի՞ն է շահելու հավանականությունը r $(r < m)$ տոմս ձեռք բերողի համար:

59. Մեքենաների 12 կանգառները դասավորված են մեկ շարքով: Նկատվեց, որ կանգառներից ութը զբաղեցված է, իսկ չորս ազատ տեղերը

հետևում են մեկը մյուսին (կազմում են սերիա): Գտնել այդպիսի դասավո–րության հավանականությունը:

60. Կանգառին մոտեցող մեքենան զբաղեցնում է շարքի N տեղերից մեկը (ոչ ծայրամասային): Վերադառնալիս մեքենայի տերը նկատում է, որ N տեղերից r - ը դեռ զբաղեցված է: Գտնել երկու հարևան տեղերի ազատ լինելու հավանականությունը:

61. Նետված է 10 զառ: Գտնել հետևյալ պատահույթների հավանա–կանությունները՝ ա) ոչ մի զառի վրա չի բացվել «6», բ) «6» բացվել է ճիշտ 3 զառի վրա:

62. 1, 2, 3, . . . , 29, 30 թվերից պատահական նշվում են 10 տարբեր թվեր: Գտնել հետևյալ պատահույթների հավանականությունները՝

ա) բոլոր ընտրված թվերը կենտ են,

բ) ընտրված թվերից ուղիղ 5-ը բաժանվում են 3-ի,

գ) ընտրված թվերից 5-ը զույգ են, 5-ը՝ կենտ, ընդ որում դրանցից ճիշտ մեկը բաժանվում է 10-ի:

63. Ինչպիսի՞ հավանականությամբ պատահականորեն վերցրած ավ–տոմեքենայի քառանիշ համարի՝

ա) բոլոր թվերը կլինեն տարբեր,

բ) թվերից միայն երկուսը կհամընկնեն,

գ) թվերը կկազմեն համընկնող թվերից բաղկացած երկու զույգ,

դ) թվերից երեքը կհամընկնեն,

ե) բոլոր թվերը կհամընկնեն:

64. 0, 1, 2 թվերից բաղկացած n երկարություն ունեցող բոլոր հա–ջորդականությունների բազմությունից պատահականորեն ընտրվում է մեկը: Գտնել հետևյալ պատահույթների հավանականությունները՝

ա) հաջորդականությունը սկսվում է զրոյով,

բ) հաջորդականությունը պարունակում է ուղիղ $m+2$ զրոներ, ընդ որում դրանցից երկուսը գտնվում են հաջորդականության ծայրերում,

գ) հաջորդականությունը պարունակում է ուղիղ m միավոր,

դ) հաջորդականությունը պարունակում է ուղիղ m_0 հատ «0», m_1 հատ «1», m_2 հատ «2»:

65. Դահլիճում կա $n+k$ նստարան, մարդիկ պատահականորեն զբաղեցնում են n տեղ: Գտնել հավանականությունը, որ կզբաղեցվի որոշակի ճիշտ $m \quad (m \leq n)$ տեղ:

66. Ունենք դասավորված 52 խաղաթղթերի կապուկ: Գտնել հավա– նականությունը, որ

ա) առաջին չորս խաղաթղթերը կլինեն մեկանոց,

բ) առաջին և վերջին խաղաթղթերը մեկանոց են,

գ) մեկանոցների միջև կա ճիշտ l խաղաթուղթ:

67. 52 խաղաթղթերից կազմված կապուկը հավասար բաժանվում է 4 խաղացողների միջև: Գտնել հավանականությունը, որ

ա) յուրաքանչյուր խաղացողի մոտ կլինի մեկանոց,

բ) խաղացողներից մեկի մոտ բոլոր 13 խաղաթղթերը կլինեն նույն տեսակի,

գ) յուրաքանչյուր խաղացողի մոտ կլինեն բոլոր խաղաթղթերից՝ երկուսից մինչև մեկանոց:

68. 15 դասագիրք պատահական կարգով դասավորված են դարակի վրա, ընդ որում դրանցից 5-ը կազմով են: Աշակերտը պատահականորեն վերցնում է դրանցից 3-ը: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ վերցրած գրքե– րից գոնե մեկը կազմով է:

69. Նետում են 3 զառ: Գտնել «6»-ի գոնե մեկ անգամ երևալու հավանականությունը:

70. Արկղը պարունակում է 8 կարմիր, 10 կանաչ, 12 կապույտ գնդիկ– ներ: Պատահականորեն հանում են նրանցից երեքը: Գտնել հանված գնդիկներից գոնե երկուսի նույն գույնի լինելու հավանականությունը:

71. 9 ուղևոր նստում է 3 վագոնից բաղկացած գնացք: Յուրաքան– չյուր ուղևոր պատահական ընտրում է վագոններից մեկը: Գտնել հե– տևյալ պատահույթների հավանականությունները՝

ա) բոլորը կընտրեն առաջին վագոնը,

բ) բոլորը կընտրեն միևնույն վագոնը,

գ) ուղևորներից գոնե մեկը կընտրի առաջին վագոնը,

դ) յուրաքանչյուր վագոն կբարձրանա 3 ուղևոր:

72. Գտնել 12 անձերի ծննդյան օրերի փարվա փարբեր ամիսներում լինելու հավանականությունը:

73. Քառակուսին հորիզոնական գծերով բաժանված է n միանման շերտերի: Դրանցից յուրաքանչյուրի վրա պատահականորեն նշվում է մի կետ, որի դիրքը հավասարահնարավոր է շերտի ցանկացած տեղում: Այնուհետև այդ քառակուսին բաժանվում է $n-1$ ուղղաձիգ գծերով: Գտնել յուրաքանչյուր ուղղաձիգ շերտում մեկական կետ գտնվելու հավանականությունը:

74. Սափորից, որը պարունակում է 2 սպիտակ և 4 սև գնդիկներ իրար հետևից հանում են բոլոր գնդիկները: Գտնել հետևյալ պատահույթների հավանականությունները՝

ա) առաջին հանված գնդիկը սպիտակ է,

բ) երկրորդ հանված գնդիկը սպիտակ է,

գ) վերջին հանված գնդիկը սպիտակ է:

75. Վիճակախաղի 7 տոմսերից երկուսը շահող են: 7 հոգի հաջորդաբար վերցնում են մեկական տոմս: Կախված կլինի՞ արդյոք շահելու հավանականությունը հերթի համարից:

76. n ընկերներ պատահականորեն նստում են կլոր սեղանի շուրջը: Գտնել հետևյալ պատահույթների հավանականությունները՝

ա) որոշակի երկուսը՝ A-ն և B-ն, նստած են կողք-կողքի,

բ) A-ն նստած է B-ից ձախ,

գ) որոշակի երեքը՝ A-ն, B-ն և C-ն նստած են կողք-կողքի,

դ) A-ն նստած է B-ից աջ, իսկ C-ն՝ B-ից ձախ:

77. Գտնել նախորդ խնդրի պատահույթների հավանականությունները, եթե ընկերները նստած են շարքով մեկ նստարանին:

78. Դարակում պատահական հերթականությամբ դասավորված է 40 գիրք, որոնց թվում նաև Ս. Զորյանի երեք հատորները: Գտնել հետևյալ պատահույթների հավանականությունները՝

ա) Ս. Ջորյանի հատորները դասավորված են իրար մոտ,

բ) Ս. Ջորյանի հատորները դասավորված են իրար մոտ համարների աճման կարգով,

գ) Ս. Ջորյանի հատորները դասավորված են համարների աճման կարգով (պարտադիր չէ իրար մոտ),

դ) հատորների զբաղեցրած տեղերը կազմում են թվաբանական պրոգրեսիա, որի տարբերությունը հավասար է 7-ի:

79. Ենթադրենք դուք մոռացել եք Ձեզ հարկավոր հեռախոսի համարի մեկ թվանշանը և հավաքում եք այն պատահականորեն: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ դուք ստիպված կլինեք անել ոչ ավելի քան երկու կանչ:

80. 20 երեխա (10 տղա և 10 աղջիկ) պատահականորեն խմբավորվում են զույգերով: Գտնել 10 զույգերից յուրաքանչյուրի տարբեր սեռի երեխաներից բաղկացած լինելու հավանականությունը:

81. 5 տղամարդ և 10 կին համախմբվում են երեքական: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ ստացված 5 խմբերից յուրաքանչյուրում կլինի մեկ տղամարդ:

82. Դիցուք նետում են երկու զառ: Գտնել հավանականությունը, որ զառերի վրա բացված միավորների գումարը հավասար է i-ի, $i = 2, 3, \dots, 11, 12$:

83. Անտառում ապրում է 20 հյուսիսային եղջերու, որոնցից հինգին որսացել, պիտակավորել, ապա ազատ են արձակել: Որոշ ժամանակ անց այդ 20 եղջերուներից 4-ին որսում են: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ դրանցից 2-ը պիտակավորված են եղել:

84. Առկա է n բանալի, որոնցից մեկն է համապատասխանում կողպեքին: Ինչպիսի հավանականությամբ կարելի է բացել դուռը k-րդ փորձում, եթե

ա) պատահականորեն վերցված բանալին չի մասնակցում հաջորդ փորձերին, բ) արդեն փորձված բանալին կարող է նորից մասնակցել հաջորդ փորձերին:

Բ

85. k մասնիկները պատահականորեն բաշխվում են n բջիջների մեջ $(k \leq\ n)$: Գտնել հետևյալ պատահույթների հավանականությունները՝

ա) որոշակի k բջիջներում կհայտնաբերվի մեկական մասնիկ,

բ) k բջիջներում կհայտնաբերվի մեկական մասնիկ:

Խնդիրը լուծել հետևյալ պայմանների դեպքում՝

1) մասնիկները տարբերվում են, մեկ բջջում ընկած մասնիկների թիվը չի սահմանափակվում,

2) մասնիկները չեն տարբերվում, մեկ բջջի մեջ ընկած մասնիկների թիվը չի սահմանափակվում,

3) մասնիկները տարբերվում են, յուրաքանչյուր բջջի մեջ կարող է ընկնել մեկից ոչ ավելի մասնիկ,

4) մասնիկները չեն տարբերվում, յուրաքանչյուր բջջի մեջ կարող է ընկնել մեկից ոչ ավելի մասնիկ:

86. n ուսանող, որոնց թվում են A-ն և B-ն, պատահականորեն շարք են կանգնում: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ A-ի և B-ի միջև կլինի ճիշտ r ուսանող: Ցույց տալ, որ եթե n ուսանողներ շրջան կազմեն, ապա այդ հավանականությունը կլինի r-ից անկախ և հավասար $\frac{2}{n-1}$:

87. Ինչպիսի՞ հավանականությամբ r գնդակներ կարելի է տեղավորել n արկղերի մեջ այնպես, որ ճիշտ m արկղ մնա դատարկ, եթե գնդակները չեն տարբերվում և բոլոր տեղավորումները հավասարահնարավոր են:

88. Ինչպիսի՞ հավանականությամբ $2n$ գնդակներ կարելի է տեղավորել n արկղերի մեջ այնպես, որ ոչ մի արկղ դատարկ չլինի, եթե գնդակները չեն տարբերվում և բոլոր տեղավորումները հավասարահնարավոր են:

89. Խաղաթղթերի կապուկից (52 հատ) պատահականորեն վերցնում են 6 խաղաթուղթ: Գտնել վերցրած խաղաթղթերի մեջ բոլոր տեսակի խաղաթղթերից լինելու հավանականությունը:

90. 1, 2, ..., 20 թվերը պարունակող 20 քարտերից պատահականորեն վերցնում են մեկ քարտ: Որոշել այդ քարտի վրա գրված թվի 3-ի կամ 4-ի վրա բաժանվելու հավանականությունը:

91. 10 ձեռագրեր դասավորված են 30 թղթապանակների մեջ: Յուրա– քանչյուր ձեռագրի համար նախատեսված է 3 թղթապանակ: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ պատահականորեն վերցրած 6 թղթապանակների մեջ չի գտնվի ամբողջական ձեռագիր:

92. Տոմսարկղի մոտ հերթ են կանգնած $n + m$ մարդ, որոնցից n-ը ունեն 50-ական դրամ, իսկ մյուսները՝ 100-ական դրամ: Տոմսի գինը 50 դրամ է: Վաճառքից առաջ տոմսարկղում դրամ չկար: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ գնողներից ոչ մեկը ստիպված չի լինի սպասել մնացորդ մանր դրամին:

93. Արկղից, որը պարունակում է m սպիտակ և n սև գնդիկներ $(m \geq n)$ պատահականորեն հանում են իրար հետևից բոլոր գնդիկները: Ինչ՞ հավանականությամբ կգա այնպիսի պահ, երբ հանված սև գնդիկների քանակը կհավասարվի հանված սպիտակ գնդիկների քանակին:

94. n փայտիկներից յուրաքանչյուրը բաժանվում է երկու մասի՝ եր– կար և կարճ: Ստացված $2n$ կտորները միավորում են n զույգերի, որոն– ցից յուրաքանչյուրը կազմում է նոր «փայտիկ»: Գտնել հետևյալ պա– տահույթների հավանականությունները՝

ա) բոլոր կտորները կմիանան սկզբնական կարգով,

բ) բոլոր երկար կտորները կմիանան կարճ կտորների հետ:

95. Դիտարկենք $ax^2+bx+c = 0$ քառակուսի հավասարումը, որտեղ a, b, c -ն որոշվում են, համապատասխանաբար, որպես զառի երեք հաջորդական նետումների արդյունքներ: Գտնել՝

ա) հավասարման արմատների իրական լինելու,

բ) հավասարման արմատների ռացիոնալ լինելու հավանականու– թյունները:

96. $n+1$ մարդկանցից մեկը, որին կանվանենք «նախաձնող», երկու նամակ է գրում պատահականորեն ընտրած հասցեատերերին, որոնք

կազմում են «առաջին սերունդը», նրանք իրենց հերթին անում են նույ–նը՝ առաջացնելով «երկրորդ սերունդը»: Եվ «r-դ սերունդ» կազմող մարդկանցից յուրաքանչյուրը ուղարկում է երկու նամակ պատահա–կանորեն ընտրած հասցեատերերին: Գտնել «նախաձնողի» $1, 2, ..., r$ համարներով «սերունդներից» ոչ մեկին չպատկանելու հավանականու–թյունը:

97. $n+1$ բնակիչ ունեցող քաղաքում ինչ-որ մեկը նորություն է իմանում: Նա այն հաղորդում է առաջին հանդիպածին, դա էլ մեկ ուրիշին և այդպես շարունակ: Յուրաքանչյուր քայլում առաջին անգամ նորություն իմացողը հավասար հավանականությամբ կարող է հաղորդել այդ մարդ–կանցից յուրաքանչյուրին: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ ժամանակի r միավորների ընթացքում՝

ա) նորությունը կրկին չի հասնի այն մարդուն, որն առաջինն է իմացել դա,

բ) մարդկանցից ոչ մեկը չի կրկնի նորությունը:

98. $1, 2, ..., N$ բազմությունից պատահական վերցնում են a թիվը: Գտնել $\lim\limits_{N\to\infty} p_N$, որտեղ p_N -ը (a^2-1) թվի 10-ի բաժանվելու հավա–նականությունն է:

99. Ինչի՞ է հավասար $1, 2, ..., N$ բազմությունից պատահական վերցրած բնական թվի ֆիքսած բնական k թվի բաժանվելու p_N հավա–նականությունը: Գտնել $\lim\limits_{N\to\infty} p_N$:

100. $1, 2, ..., N$ թվերի բազմությունից պատահականորեն վերցնում են (վերադարձով) x և y թվերը: Ի՞նչն է մեծ.

$$p_2 = P(x^2 - y^2 \text{ բաժանվում է } 2-\text{ի}),$$

թե՞

$$p_3 = P(x^2 - y^2 \text{ բաժանվում է } 3-\text{ի}) :$$

101. $1, 2, ..., n$ բազմության բոլոր իր մեջ կատարվող արտապատ–կերումներից պատահականորեն վերցնում են մեկը: Գտնել հետևյալ պատահույթների հավանականությունները՝

ա) ընտրած արտապատկերումը n տարրերից յուրաքանչյուրը տա–նում է 1-ի,

բ) i տարրն ունի ուղիղ k նախապատկեր,

գ) i տարրն արտապատկերվում է j տարրի վրա,

դ) $i_1, i_2, ...i_k$ տարրերը $(1 \leq i_1 < i_2 < ... < i_k \leq n)$ համապատաս–խանաբար արտապատկերվում են $j_1, j_2, ..., j_k$ -ի վրա:

102. $1, 2, ..., n$ բազմության փոխմիարժեք արտապատկերումը իր վրա անվանում են n աստիճանի տեղափոխություն: Բոլոր n աստիճանի տեղափոխություններից պատահականորեն վերցնում են մեկը: Գտնել հետևյալ պատահույթների հավանականությունները՝

ա) ընտրված է նույնական տեղափոխություն $E = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \cdots & n \\ 1 & 2 & \cdots & n \end{pmatrix}$,

բ) ընտրած տեղափոխությունը՝ $i_1, i_2, ...i_k \quad (i_1 < i_2 < ... < i_k)$ տարրերը տեղափոխում է համապատասխանաբար $j_1, j_2, ..., j_k$ տար–րերին,

գ) i տարրը տեղափոխում է i-ին, այսինքն՝ $i \to i$:

103. n մասնիկները բաշխվում են N բջիջների մեջ: Նշանակենք $\mu_r = \mu(n, N)$ այն բջիջների քանակը, որոնցից յուրաքանչյուրը բաշ–խելուց հետո կպարունակի ուղիղ r մասնիկ: Գտնել հետևյալ պատա–հույթների հավանականությունները՝

$$1)\ \mu_0(n, N) > 0,\ \text{երբ}\ n = N$$

$$2)\ \mu_0(n, N) = 0,\ \text{երբ}\ n = N + 1$$

$$3)\ \mu(n, N) = 1,\ \text{երբ}\ n = N + 1\ :$$

104. Բաժանում են 52 խաղաքարտերից բաղկացած կապուկը: Ինչ–պիսի՞ն է հավանականությունը, որ տասնչորսերորդ քարտը կլինի «մե–կանոց»: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ առաջին «մեկանոցը» դուրս կգա տասնչորսերորդ քարտի վրա:

Երկրաչափական հավանականություններ

Դիցուք Ω -ն n-չափանի Էվկլիդեսյան R^n փարածության վերջավոր Լեբեգի չափ ունեցող ենթաբազմություն է: $\mathcal{F}$-ը Ω-ի ըսփ Լեբեգի չափելի ենթաբազմությունների σ-հանրահաշիվն է: $L_n(\cdot)$-ը Լեբեգի չափն է R^n-ում: Ցանկացած $A \in \mathcal{F}$ համար երկրաչափական հավանականությունը սահմանվում է հեփևյալ բանաձևով՝

$$P(A) = \frac{L_n(A)}{L_n(\Omega)} :$$

Ա

105. Ուղիղ գծի յուրաքանչյուր 15 մեփրի վրա փեղավորված են հակափանկային ականներ, 3 մեփր լայնություն ունեցող փանկն ընթանում է այդ գծին ուղղահայաց: Ինչպիսի՞ն է փանկի պայթելու հավանականությունը:

106. Հարթությունը բաժանված է իրարից $2a$ հեռավորության վրա գփնվող զուգահեռ ուղիղներով: Հարթության վրա պափահականորեն նեփվում է $r\,(r < a)$ շառավղով մեփաղադրամը: Ինչպիսի՞ն է նրա ոչ մի ուղղի հեփ չհափվելու հավանականությունը:

107. Շախմափի անվերջ փախփակի վրա, որի քառակուսիների կողմերի երկարությունը a է, պափահականորեն նեփվում է $2r\,(2r < a)$ փրամագծով մեփաղադրամը: Գփնել հեփևյալ պափահույթների հավանականությունները՝

ա) դրամը ամբողջովին ընկած կլինի մեկ քառակուսու մեջ,

բ) դրամը կհափի քառակուսու մեկ կողմից ոչ ավելի:

108. Կեփը պափահականորեն նշվում է R շառավղով շրջանի ներսը: Գփնել այդ կեփի շրջանին ներգծված ա) քառակուսու, բ) կանոնավոր եռանկյան ներսում գփնվելու հավանականությունը:

109. l երկարություն ունեցող OA հափվածի վրա պափահականորեն նշվում են երկու B և C կեփեր, ընդ որում, հայփնի է, որ $OB < OC$:

Գտնել BC հատվածը OB հատվածից կարճ լինելու հավանականու–թյունը:

110. Ինչպիսի՞ հավանականությամբ $x^2 + ax + b = 0$ քառակուսի հավասարման արմատները. ա) իրական են, բ) դրական են, եթե a և b գործակիցների արժեքները հավասարահնարավոր են $0 \le a \le 1,\ 0 \le b \le 1$ քառակուսու ներսում:

111. Գտնել $x^2+2ax+b = 0$ հավասարման արմատների ա) իրական, բ) դրական լինելու հավանականությունը, եթե a և b գործակիցների արժեքները հավասարահնարավոր են $|a| \le 1,\ |b| \le 1$ քառակուսու ներսում:

112. l երկարություն ունեցող հատվածի վրա պատահականորեն նշում են երկու կետ: Գտնել նրանց միջև եղած հեռավորության kl-ից $(0 < k < 1)$ փոքր լինելու հավանականությունը:

113. Երկու նավ պետք է կառանվեն նույն նավամատույցին: Նա–վերի ժամանելու պահերը անկախ են և հավասարահնարավոր օրվա ընթացքում: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ նավերից մեկը ստիպված կլինի սպասել նավամատույցի ազատմանը, եթե առաջին նավի կանգ առնելու ժամանակը մեկ ժամ է, իսկ երկրորդինը՝ երկու ժամ:

114. (0,0), (0,1), (1,0), (1,1) գագաթներ ունեցող քառակուսու ներսը նշված է $M(\xi, \eta)$ կետը:

1. Ապացուցել, որ $0 \le x, y \le 1$ -ի համար

$$P(\xi < x, \eta < y) = P(\xi < x) \cdot P(\eta < y) = x \cdot y :$$

2. $0 < z < 1$-ի համար գտնել

ա) $P(|\xi - \eta| < z)$, դ) $P(\max(\xi, \eta) < z)$,

բ) $P(\xi \cdot \eta < z)$, ե) $P(\frac{1}{2}(\xi + \eta) < z)$:

գ) $P(\min(\xi, \eta) < z)$,

115. Պատահականորեն վերցված են երկու դրական x և y թվեր, որոնցից յուրաքանչյուրը մեծ չէ 2-ից: Գտնել այդ թվերի xy արտադրյա–լի 1-ից մեծ չլինելու և $\frac{x}{y}$ քանորդի 2-ին չգերազանցելու հավանակա–նությունը:

116. Պատահականորեն վերցնում են երկու դրական x և y թվեր, որոնցից յուրաքանչյուրը մեծ չէ մեկից: Գտնել այդ թվերի գումարի մեկին չգերազանցելու, իսկ xy արտադրյալի 0,09-ից փոքր չլինելու հավանականությունը:

Բ

117. Ուղևորը կարող է օգտվել T_1 և T_2 ընդմիջումներով հաջորդող երկու երթուղիների տրամվայներից: Ուղևորի կանգառին մոտենալու պահը որոշում են T_1 և T_2 միջակայքերում երկու u և v կետերը, որոնք համապատասխանաբար ցույց են տալիս այն ժամանակը, որի ընթացքում ուղևորը պետք է սպասի մինչև փվյալ երթուղու հաջորդ տրամվայի գալը: Ենթադրելով, որ u և v արժեքները հավասարահնարավոր են T_1 և T_2 միջակայքերում, գտնել կանգառին մոտեցող ուղևորի ոչ ավելի քան $0 < t \leq \min(T_1, T_2)$ ժամանակ սպասելու հավանականությունը:

118. **Բյուֆոնի խնդիրը**: Հարթությունը բաժանված է իրարից $2a$ հեռավորության վրա գտնվող զուգահեռ ուղիղներով: Հարթության վրա պատահականորեն գցում են $2l$ $(l < a)$ երկարություն ունեցող ասեղը: Գտնել դրա որևէ ուղղի հետ հատվելու հավանականությունը:

119. **Բերտրանի պարամիտությունը**: Շրջանի մեջ «պատահականորեն» վերցնում են մի լար: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ դրա երկարությունը կգերազանցի շրջանին ներգծված կանոնավոր եռանկյան կողմի երկարությանը: Արդյունքը կախված է, թե ինչպես կտրամաբանենք «պատահականորեն» բառը:

120. l երկարություն ունեցող հատվածի վրա պատահականորեն նշում են երկու կետ: Ինչի՞ է հավասար՝ ա) ստացած երեք հատվածներից եռանկյուն կառուցելու հավանականությունը, բ) փոքրագույն մասի երկարությունը $\frac{l}{3}$-ին չգերազանցելու հավանականությունը:

121. R շառավիղ ունեցող շրջանագծի վրա պատահականորեն նշվում են A, B և C կետերը: Գտնել ABC եռանկյան ա) սուրանկյուն, բ) հավասարասրուն լինելու հավանականությունը:

122. Գտնել յուրաքանչյուրը a-ին չգերազանցող երկարություն ունեցող երեք պատահականորեն վերցրած հատվածներից եռանկյուն կառուցելու հավանականությունը:

123. Հաստատուն արագությամբ պտտվող սկավառակի առջև զրոնըվում է $2h$ երկարություն ունեցող հատվածը, որը դասավորված է սկավառակի հետ միևնույն հարթության վրա այնպես, որ միջնակետը սկավառակի կենտրոնի հետ միացնող ուղիղը ուղղահայաց է հատվածին: Ժամանակի պատահական պահին շրջանագծից շոշափողի ուղղությամբ թռչում է մի մասնիկ: Գտնել մասնիկի հատվածի վրա ընկնելու հավանականությունը, եթե հատվածի հեռավորությունը սկավառակի կենտրոնից հավասար է l-ի:

124. r շառավիղ ունեցող գնդաձև մասնիկը պատահականորեն ուղղաձիգ կերպով ընկնում է քառակուսի բջիջներ ունեցող թեք մետաղալար մաղի վրա: Հորիզոնի հետ մաղի կազմված անկյունը հավասար է φ-ի, մետաղալարի տրամագիծը հավասար է d-ի, մետաղալարերի առանցքային գծերի միջև հեռավորությունը՝ l-ի: Գտնել մասնիկի մաղի միջով ազատ անցնելու հավանականությունը:

125. Գտնել նավի պայթեցման հավանականությունը ականափակոցը մարտանցելու դեպքում, եթե ականները դասավորված են շարքով իրարից L հեռավորության վրա, իսկ նավի ուղղությունը ականների գծի հետ կազմում է α անկյուն: Նավի ուղղության հատումը ականների գծի հետ հավասարահնարավոր է ցանկացած կետում: Նավի լայնությունը հավասար է b -ի, իսկ ականի տրամագիծը՝ d -ի:

126. Սուզանավը v արագությամբ շարժվում է L լայնություն ունեցող նեղուցի երկարությամբ: Պահականավը կատարում է մշտական որոնում, շարժվելով նեղուցի լայնքով v արագությամբ: Նավի վրա տեղադրված հայտնաբերման գործիքի գործողության հեռավորությունը հավասար է r -ի $(r \leq L)$: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ պահականավը կբացահայտի սուզանավը, եթե սուզանավի և նավի ուղղությունների հատումը հավասարահնարավոր է նեղուցի ցանկացած կետում:

127. Ինչպիսի՞ հաստություն պետք է ունենա մետաղադրամը, որպեսզի կողի վրա ընկնելու հավանականությունը հավասար լինի $\frac{1}{3}$:

128. Ավտոբուսի կանգառին յուրաքանչյուր չորս րոպեն մեկ մոտենում է A գծի ավտոբուսը և յուրաքանչյուր վեց րոպեն մեկ՝ B գծի ավտոբուսը: A գծի ավտոբուսի և B գծի ամենամոտ ավտոբուսի կանգառին մոտենալու պահերի միջև ժամանակահատվածը հավասարաչափ է 0-ից մինչև 4 րոպե: Գտնել հետևյալ պատահույթների հավանականությունները՝ ա) առաջին մոտեցող ավտոբուսը A գծի է, բ) երկու րոպեի ընթացքում կմոտենա որևէ գծի ավտոբուս:

129. Գտնել $ax^2+bx+c=0$ քառակուսի հավասարման արմատների իրական լինելու հավանականությունը, եթե a, b, c գործակիցների արժեքները հավասարաչափ են $0 < a \leq 1,\ 0 < b \leq 1,\ 0 < c \leq 1$ խորանարդում:

Պայմանական հավանականություն
Պատահույթների և փորձերի անկախությունը

Դիցուք $(\Omega, \mathcal{F}, P)$-ն հավանականային տարածություն է, $B \in \mathcal{F}$ և $P(B) > 0$: A պատահույթի պայմանական հավանականություն B պատահույթի իրականացման պայմանում որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} :$$

Այդ հավասարությունը կարելի է գրել հետևյալ տեսքով՝

$$P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A/B) :$$

Վերջին բանաձևի ընդհանրացումն է

$P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n) =$

$= P(A_1) \cdot P(A_2/A_1) \cdot P(A_3/A_1 \cap A_2) \cdots P(A_n/A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_{n-1})$

բանաձևը:

A և B պատահույթները անկախ են, եթե

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) :$$

$A_1, A_2, \ldots, A_n$ պատահույթները անկախ են ըստ համախմբության, եթե $P(A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \ldots \cap A_{i_k}) = P(A_{i_1})P(A_{i_2}) \cdots P(A_{i_k})$ ցանկացած $k = 2, 3, ..., n$ և $1 \leq i_1 < i_2 < \ldots < i_k \leq n$:

Ցանկացած A և B պատահույթների համար տեղի ունի հետևյալ բանաձևը՝

$$P\left(A \cup B\right) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) :$$

Ընդհանուր դեպքում՝ ցանկացած $A_1, A_2, \ldots, A_n$ պատահույթների համար $(n \geq 2)$

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{i>j} P(A_i \cap A_j) + \sum_{i>j>k} P(A_i \cap A_j \cap A_k) - \ldots + (-1)^{n+1} P\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right),$$

որը կոչվում է կցման և արտաքսման բանաձև: Ենթադրենք, որ յուրաքանչյուր ելք ստացվում է առանձին փորձի ընթացքում: Եթե առանձին փորձին վերաբերող ցանկացած պատահույթ անկախ է մյուս փորձերին վերաբերող ցանկացած պատահույթից, ապա կասենք, որ ունենք անկախ փորձերի հաջորդականություն:

Դիտարկենք երկու կամայական G_1 և G_2 փորձեր և նշանակենք $(\Omega_1, \mathcal{F}_1, P_1)$ և $(\Omega_2, \mathcal{F}_2, P_2)$ դրանց համապատասխանող հավանականային տարածությունները: Դիտարկենք նաև $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ հավանականային տարածության «բարդ» փորձ, որտեղ $\Omega = \Omega_1 \times \Omega_2$-ն Ω_1 -ի և Ω_2-ի դեկարտյան արտադրյալն է, իսկ $\mathcal{F}$-ը մինիմալ σ-հանրահաշիվն է՝ առաջացած $\mathcal{F}_1 \times \mathcal{F}_2 = \{B_1 \times B_2 : \ B_1 \in \mathcal{F}_1, \ B_2 \in \mathcal{F}_2\}$ ուղղանկյունների կիսահանրահաշվից:

Ասում են, որ G_1 և G_2 փորձերը անկախ են, եթե ցանկացած $B_1 \in \mathcal{F}_1, \ B_2 \in \mathcal{F}_2$ համար տեղի ունի

$$P(B_1 \times B_2) = P_1(B_1) \cdot P_2(B_2) = P(B_1 \times \Omega_2) \cdot P(B_2 \times \Omega_1) :$$

$G_1, G_2, \ldots, G_n$ փորձերի անկախությունը սահմանվում է նման ձևով հետևյալ հավասարության միջոցով՝

$$P(B_1 \times B_2 \times \ldots \times B_n) = P_1(B_1) \cdot P_2(B_2) \cdot \ldots \cdot P_n(B_n),$$

որտեղ $B_k \in \mathcal{F}_k,\ \ (\Omega_k, \mathcal{F}_k, P_k)$-ն $G_k,\ k = 1, 2, \ldots, n$ փորձին համապատասխանող հավանականային փարածությունն է:

Ա

130. Նետում են երկու զառ: Գտնել երկուսի վրա էլ «5» բացվելու պայմանական հավանականությունը, եթե հայտնի է, որ բացված միավորների գումարը բաժանվում է 5-ի:

131. Նետում են երկու զառ: Գտնել առնվազն մեկ անգամ «6» բացվելու հավանականությունը, եթե հայտնի է, որ բացված միավորների գումարը հավասար է 8-ի:

132. Նետում են երեք զառ: Ինչպիսի՞ն է դրանցից առնվազն մեկի վրա «6» բացվելու հավանականությունը, եթե զառերի վրա բացվել են տարբեր նիստեր:

133. Ապացուցել, որ $P(B/A) > P(B)$, եթե $P(A/B) > P(A)$, $P(A) \neq 0$:

134. Ապացուցել, որ $P(B/A) \geq 1 - \frac{P(\bar{B})}{P(A)}$, որտեղ $P(A) \neq 0$:

135. Ապացուցել, որ եթե A և B պատահույթները անհամատեղելի են և $P(A \cup B) \neq 0$, ապա

$$P(A/A \cup B) = \frac{P(A)}{P(A) + P(B)} :$$

136. Դիցուք A և B պատահույթները անկախ են և $A \subset B$: Ապացուցել, որ $P(A) = 0$ կամ $P(B) = 1$:

137. Ապացուցել, որ եթե A պատահույթն անկախ է իրենից, ապա $P(A) = 0$ կամ $P(A) = 1$:

138. Դիցուք $P(B/\bar{A}) = P(B/A)$, $P(A) \neq 0$, $P(\overline{A}) \neq 0$: Ապացուցել, որ A-ն և B-ն անկախ են:

139. A և B պատահույթները անհամատեղելի են, $P(A) \neq 0$ և $P(B) \neq 0$: Կախյա՞լ են արդյոք այդ պատահույթները:

140. A և B պատահույթները անկախ են: Կախյա՞լ են արդյոք հետևյալ պատահույթները՝ ա) A և $\bar{B}$, բ) $\bar{A}$ և $\bar{B}$:

141. Ապացուցել, որ եթե A պատահույթը անկախ է B_1 և B_2 անհամատեղելի պատահույթներից, ապա A-ն և $B_1 \cup B_2$ անկախ են:

142. Նետում են երկու զառ: Դիտարկենք հետևյալ պատահույթները՝
$A_1 = \{$առաջին զառի վրա կբացվեն զույգ թվով միավորներ$\}$,
$A_2 = \{$երկրորդ զառի վրա կբացվեն կենտ թվով միավորներ$\}$,
$A_3 = \{$բացված միավորների գումարը կենտ է$\}$:
Ապացուցել, որ A_1, A_2, A_3-ը զույգ առ զույգ անկախ են, բայց ըստ համախմբության անկախ չեն:

143. Նետում են երկու զառ: X_i-ն i -րդ զառի վրա երևացող միավորների թիվն է $(i = 1, 2)$: Դիտարկենք հետևյալ պատահույթները՝

$A_1 = \{X_1$-ը բաժանվում է 2-ի, X_2-ը բաժանվում է 3-ի$\}$,
$A_2 = \{X_1$-ը բաժանվում է 3-ի, X_2-ը բաժանվում է 2-ի$\}$,
$A_3 = \{X_1$-ը բաժանվում է X_2-ի$\}$:
$A_4 = \{X_2$-ը բաժանվում է X_1-ի$\}$,
$A_5 = \{X_1 + X_2$-ը բաժանվում է 2-ի$\}$,
$A_6 = \{X_1 + X_2$-ը բաժանվում է 3-ի$\}$:

Գտնել անկախ պատահույթների բոլոր զույգերը և եռյակները:

144. Առաջին սափորը պարունակում է 5 սպիտակ, 11 սև և 8 կարմիր գնդիկներ, իսկ երկրորդը՝ 10 սպիտակ, 8 սև և 6 կարմիր: Յուրաքանչյուր սափորից հանում են մեկական գնդիկ: Գտնել հանված գնդիկների միևնույն գույնի լինելու հավանականությունը:

145. Սափորը պարունակում է 2 սպիտակ, 3 սև և 5 կարմիր գնդիկներ: Պատահականորեն հանում են 3 գնդիկ: Գտնել դրանցից գոնե երկուսի տարբեր գույնի լինելու հավանականությունը:

146. Երկու հրաձիգ, որոնց համար թիրախին դիպչելու հավանականությունները համապատասխանաբար հավասար են 0,7 և 0,8, փալիս են մեկական կրակոց: Գտնել թիրախին ա) առնվազն մեկ անգամ դիպչելու, բ) միայն մեկ անգամ դիպչելու հավանականությունը:

147. Ինչ-որ մեկը մոռացել է հեռախոսի համարի վերջին թվանշանը և հավաքում է այն պատահականորեն: ա) Ինչպիսի՞ հավանականությամբ նա ստիպված կլինի զանգել ոչ ավել քան երեք անգամ, բ) ինչպե՞ս կփոխվի հավանականությունը, եթե հայտնի լիներ, որ վերջին թվանշանը կենտ է:

148. Ծրագրի 25 հարցերից ուսանողը գիտի միայն 20-ը: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ նա կպատասխանի իրեն առաջարկած երեք հարցերին:

149. Վիճակախաղի մեկ տոմսով շահելու հավանականությունը հավասար է 0,8: Ինչպիսի՞ն է 2 տոմս ունեցողի շահելու հավանականությունը:

150. Վիճակախաղի n տոմսերից l-ը շահող է: Ոմն ձեռք է բերում k տոմս: Ինչպիսի՞ն է նրանցից գոնե մեկի շահող լինելու հավանականությունը:

151. Ապացուցել, որ A և B անհամատեղելի պատահույթների համար հավանականությունը, որ անկախ փորձերում A պատահույթը կիրականանա B-ից առաջ, հավասար է

$$\frac{P(A)}{P(A)+P(B)}:$$

152. Դիցուք $A_1 \cap A_2 \subset A$: Ապացուցել, որ

$$P(A) \geq P(A_1) + P(A_2) - 1:$$

153. Շրջանին ներգծված է քառակուսի: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ շրջանի մեջ պատահականորեն նետված հինգ կետերից մեկը

կգտնվի քառակուսու ներսում, իսկ մյուսները՝ մեկական յուրաքանչյուր սեգմենտում:

154. Էլեկտրական շղթայի խզումը կարող է տեղի ունենալ k_i, $i = 1,2,3$ տարրերից մեկի շարքից դուրս գալու պատճառով: Տարրերը շարքից դուրս են գալիս իրարից անկախ: Նշանակենք p_i-ով, $i = 1,2,3$, i-րդ տարրի շարքից դուրս գալու հավանականությունը՝ $p_1 = 0,3$, $p_2 = p_3 = 0,2$: Գտնել շղթայի խզման հավանականությունը, եթե տարրերը միացված են ա) հաջորդաբար, բ) զուգահեռ, գ) k_1-ը հաջորդաբար, իսկ k_2 և k_3 զուգահեռ, դ) առաջին երկու տարրերը զուգահեռ երրորդի հետ:

155. Երկու խաղացող հաջորդաբար նետում են մետաղադրամը: Շահում է այն խաղացողը, ում մոտ ավելի շուտ կբացվի գերբը: Գտնել շահելու հավանականությունը յուրաքանչյուր խաղացողի համար:

156. Երեք խաղացող հաջորդաբար նետում են մետաղադրամը: Շահում է այն խաղացողը, ում մոտ ավելի շուտ կբացվի գերբը: Գտնել շահելու հավանականությունը յուրաքանչյուր խաղացողի համար:

157. Սափորը պարունակում է a սպիտակ և b սև գնդիկներ: Խաղի երկու մասնակիցներ հաջորդաբար հանում են սափորից մեկական գնդիկ, յուրաքանչյուր անգամ վերադարձնելով այն ետ: Շահում է այն խաղացողը, որը ավելի շուտ է հանում սպիտակ գնդիկը: Գտնել շահելու հավանականությունը յուրաքանչյուր խաղացողի համար:

158. Երկու հրաձիգ հաջորդաբար կրակում են թիրախին մինչև առաջին դիպուկ կրակոցը: Թիրախին դիպչելու հավանականությունը առաջին հրաձիգի համար հավասար է 0,2-ի, իսկ երկրորդի համար՝ 0,3-ի: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ առաջին հրաձիգը կկատարի ավելի շատ կրակոց, քան երկրորդը:

159. Քննությունը հաջող հանձնելու հավանականությունը երեք ուսանողներից յուրաքանչյուրի համար համապատասխանաբար հավասար է 1/5, 1/4 և 1/3: Հաշվել հավանականությունը, որ քննությունը հաջող կհանձնեն այդ 3 ուսանողներից գոնե երկուսը:

160. Սափորը պարունակում է 12 գնդիկ, որոնցից 4-ը սպիտակ են: Երեք խաղացողներ հաջորդաբար առանց վերադարձի հանում են մեկական գնդիկ: Հաղթում է այն խաղացողը, ով ավելի շուտ կհանի սպիտակ գնդիկը: Գտնել շահելու հավանականությունը յուրաքանչյուր խաղացողի համար:

161. Թագավորը 2 երեխաներից բաղկացած ընտանիքից է: Ինչպի-սի՞ հավանականությամբ մյուս երեխան նրա քույրն է:

162. Որոշակի համայնքի ընտանիքների 36 տոկոսը շուն է պահում, շուն ունեցող ընտանիքների 22 տոկոսը պահում է նաև կատու: Բացի այդ, այդ համայնքի ընտանիքների 30 տոկոսը պահում է կատու: Ինչի՞ է հավասար.

ա) հավանականությունը, որ պատահականորեն ընտրված ընտա-նիքը ունի և՛ շուն, և՛ կատու,

բ) պայմանական հավանականությունը, որ պատահականորեն ըն-տրված ընտանիքը պահում է շուն, եթե այն պահում է կատու:

163. Որոշակի քոլեջի ուսանողների 52 տոկոսը իգական սեռի ներ-կայացուցիչներ են: Այս քոլեջի ուսանողների հինգ տոկոսը մասնագի-տանում է համակարգչային գիտության մեջ: Ուսանողների երկու տոկոսը, որոնք սովորում են համակարգչային գիտություն, աղջիկներ են: Գտնել պայմանական հավանականությունը, որ պատահականորեն ընտրված ուսանողը

ա) իգական սեռի է, հաշվի առնելով, որ նա մասնագիտանում է համակարգչային գիտության մեջ,

բ) մասնագիտանում է համակարգչային գիտության մեջ, հաշվի առ-նելով, որ նա իգական սեռի է:

Բ

164. 00, 01, ..., 98, 99 թվերով համարակալված 100 քարտերից պա-տահականորեն ընտրում են մեկը: Դիցուք ξ և η համապատասխանաբար ընտրած քարտի թվանշանների գումարն է և արտադրյալը: Գտնել $P(\xi = i/\eta = 0)$:

165. Գրասեղանում նամակի գտնվելու հավանականությունը հավասար է p-ի, ընդ որում հավասար հավանականությամբ այն կարող է լինել սեղանի ութ դարակներից ցանկացածում: Սպուզված յոթ դարակներում նամակը չի հայտնաբերվել: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ այն կգտնվի 8-րդ դարակում:

166. Ապացուցել, որ եթե A, B, C պատահույթներն անկախ են ըստ համախմբության, ապա ա) A և $B \cup C$, բ) A և $B \setminus C$ անկախ են:

167. Բերել օրինակ, որը ցույց է տալիս, որ $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3)$ և $P(A_3) > 0$ պայմանից չի բխում $P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) \cdot P(A_2)$:

168. Նետվում է երկու զառ: Նշանակենք
$A_l =$ {առաջին զառի վրա երևացող միավորների թիվը բաժանվում է l-ի},
$B_l =$ {երկրորդ զառի վրա երևացող միավորների թիվը բաժանվում է l-ի},
$C_l =$ {երկու զառերի վրա երևացող միավորների գումարը բաժանվում է l -ի}:

Անկա՞խ են արդյոք հետևյալ պատահույթների զույգերը ա) A_l, B_k ցանկացած l- ի և k-ի դեպքում, բ) A_2, C_2, գ) A_4, C_4 :

169. (0,0), (0,1), (1,0), (1,1) գագաթներ ունեցող քառակուսու մեջ պատահականորեն նշվում է M կետը: Դիցուք (ξ_1, ξ_2)-ը այդ կետի կոորդինատներն են: r -ի ո՞ր արժեքների դեպքում $A_r = (|\xi_1 - \xi_2| \geq r)$ և $B_r = (\xi_1 + \xi_2 \leq 3r)$ պատահույթները կլինեն անկախ:

170. Ըստ նախորդ խնդրի պայմանների, դիցուք $A_1 = (\xi_1 \leq \frac{1}{2})$, $A_2 = (\xi_2 \leq \frac{1}{2})$, $A_3 = ((\xi_1 - \frac{1}{2})(\xi_1 - \frac{1}{2}) < 0)$: Ցույց տալ որ A_1, A_2, A_3 պատահույթները զույգ առ զույգ անկախ են, բայց ըստ համախմբության անկախ չեն:

171. Ընդհանրացնելով խնդիր 170-ը ցույց տալ, որ ցանկացած ամբողջ $n \geq 4$ համար գոյություն ունի պատահույթների $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ համախմբություն, որն ունի հետևյալ հատկությունները՝

ա) $A_1,\ A_2, \ldots, A_n$ պատահույթները խմբովին անկախ չեն,

բ) $A_1,\ A_2, \ldots, A_n$ համախմբությունից ցանկացած պատահույթ հեռացնելուց հետո մնացած պատահույթները ըստ համախմբության կըլինեն անկախ:

172. Առաջին սափորը պարունակում է 2 սպիտակ և 3 սև գնդիկներ, երկրորդը՝ 2 սպիտակ և 2 սև, երրորդը՝ 3 սպիտակ և 1 սև գնդիկներ: Առաջին սափորից երկրորդը տեղափոխվում է պատահականորեն վերցրած մեկ գնդիկ, երկրորդից վերցրած գնդիկը՝ երրորդ, ապա երրորդից՝ առաջին սափոր: ա) Որոշել առաջին սափորի ամենահավանական պարունակությունը, բ) ինչպիսի՞ հավանականությամբ բոլոր սափորների պարունակությունը կմնա անփոփոխ:

173. Մասնագիտական գրականություն որոնելիս, ուսանողը որոշեց այցելել երեք գրադարան: Յուրաքանչյուր գրադարանի համար հավասարահնարավոր է, որ այդ գրականությունը գտնվում է այնտեղ, կամ չի գտնվում, իսկ եթե գտնվում է, ապա հավասարահնարավոր է, որ զբաղեցրած է այն այլ ընթերցողի կողմից, թե ոչ: Ո՞րն է ավելի հավանական՝ կգտնի ուսանողը այդ գրականությունը, թե ոչ, եթե գրադարանները համալրվում են մեկը մյուսից անկախ:

174. Ապացուցել, որ եթե $A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n \subset A$, ապա

$$P(A) \geq P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_n) - (n-1) :$$

175. Ապացուցել, որ ցանկացած երկու A և B պատահույթների համար տեղի ունի հետևյալ առնչությունը՝

$$|P(A \cap B) - P(A) \cdot P(B)| \leq \frac{1}{4} :$$

176. Ապացուցել, որ ցանկացած A և B պատահույթների համար տեղի ունի հետևյալ անհավասարությունը՝

$$P(A \cup B) \cdot P(A \cap B) \leq P(A) \cdot P(B) :$$

177. Ունենք երեք զույգ առ զույգ անկախ պատահույթներ, որոնք համատեղ հանդես գալ չեն կարող: Ենթադրենք, որ նրանք բոլորն էլ

ունեն միևնույն x հավանականությունը: Գտնել x-ի մեծագույն հնարավոր արժեքը:

178. R շառավիղ ունեցող գնդի ներսում պատահականորեն և իրարից անկախ նշված են N կետեր:

ա) Ինչի՞ է հավասար կենտրոնի և նրա ամենամոտ կետի միջև եղած հեռավորության r -ից ոչ պակաս լինելու հավանականությունը,

բ) Ինչի՞ է հավասար ա) -ում ստացված հավանականության սահմանը, երբ $R \to \infty$ և $\frac{N}{R^3} \to \frac{4}{3}\pi\lambda$:

179. Մոլեկուլը, որը $t = 0$ պահին բախվել է մյուս մոլեկուլին և մինչև t պահը չի ունեցել ոչ մի ուրիշ բախում, $\lambda \bigtriangleup t + o(\bigtriangleup t)$ հավանականությամբ $(t, t + \bigtriangleup t)$ ժամանակամիջոցում կունենա նոր բախում: Գտնել «ազատ վազքի» t-ից մեծ լինելու հավանականությունը:

180. Խումբը բաղկացած է k տիեզերական մարմիններից, որոնցից յուրաքանչյուրը անկախ մյուսներից հայտնաբերվում է ռադիոլոկացիոն կայանով p հավանականությամբ: Մարմինների խումբը դիտվում է իրարից անկախ գործող m ռադիոլոկացիոն կայաններով: Գտնել խմբի ոչ բոլոր մարմինների հայտնաբերելու հավանականությունը:

181. Որևէ համակարգի հուսալիություն են անվանում հաստատված ժամանակամիջոցում դրա անխափան աշխատանքի հավանականությունը: Էլեկտրական շղթան բաղկացած է ա) զուգահեռ, բ) հաջորդաբար միացված $z_1, z_2, \ldots, z_k$ դիմադրություններից: Յուրաքանչյուր դիմադրության հուսալիությունը հավասար է p -ի: Գտնել շղթայի հուսալիությունը:

182. Սափորը պարունակում է a սպիտակ, b սև և c կարմիր գնդիկներ: Սափորից մեկը մյուսի հետևից հանում են նրա մեջ գտնվող բոլոր գնդիկները, նշելով նրանց գույնը: Գտնել սպիտակ գնդիկի սևից շուտ երևալու հավանականությունը:

183. Ընտրելով սափորից գնդիկների դուրս հանելու համապատասխան սխեման, ստուգել հետևյալ նույնությունները`

ա) $1+\frac{N-m}{N-1}+\frac{(N-m)(N-m-1)}{(N-1)(N-2)}+\dots+\frac{(N-m)(N-m-1)\cdot\ldots\cdot 2\cdot 1}{(N-1)(N-2)\cdot\ldots\cdot(m+1)\cdot m}=\frac{N}{m}$

բ)$1+\frac{N-m}{N}\cdot\frac{m+1}{m}+\frac{(N-m)(N-m-1)}{N^2}\cdot\frac{m+2}{m}+\dots+\frac{(N-m)(N-m-1)\cdot\ldots\cdot 2\cdot 1}{N^{N-m}}\cdot$
$\cdot\frac{N}{m}=\frac{N}{m}$ ։

184. Սափորը պարունակում է երկու գնդիկ՝ սպիտակ և սև: Սափորից հանում են մեկական գնդիկ մինչև սև գնդիկի դուրս գալը, ընդ որում, սպիտակ գնդիկի հանելու դեպքում այն ետ է վերադարձվում և ավելացվում է ևս 2 սպիտակ գնդիկ: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ առաջին 50 հանված գնդիկները կլինեն սպիտակ:

185. Սափորը պարունակում է $n+m$ միանման գնդիկ, որոնցից n-ը սպիտակ է, իսկ m-ը՝ սև $(m \geq n)$: Իրար հետևից առանց վերադարձի n անգամ հանում են երկուական գնդիկ: Գտնել ամեն անգամ տարբեր գույնի գնդիկներ հանելու հավանականությունը:

186. $A_1, A_2, \dots, A_n$ պատահույթները անկախ են ըստ համախմբության և $P(A_k)=p_k$: Ինչպիսի՞ն է

ա) $A_1, A_2, \dots, A_n$ պատահույթներից ոչ մեկի տեղի չունենալու,

բ) $A_1, A_2, \dots, A_n$ պատահույթներից գոնե մեկի տեղի ունենալու,

գ) $A_1, A_2, \dots, A_n$ պատահույթներից միայն մեկի տեղի ունենալու հավանականությունը:

187. Դիցուք $A_1, A_2, \dots, A_n$-ը անկախ պատահույթներ են և $P(A_i)=p_i$, $i=1,2,\dots,n$: Ապացուցել, որ այդ պատահույթներից գոնե մեկի երևալու P հավանականությունը բավարարում է

$$\sum_{i=1}^{n} p_i > P > 1-e^{-\sum\limits_{i=1}^{n} p_i}$$

անհավասարություններին:

188. Ինչ-որ մեկը n հասցեատերերին նամակներ է գրել, որոնցից յուրաքանչյուրը դրել է առանձին ծրարի մեջ և յուրաքանչյուր ծրարի

վրա պատահականորեն գրել n հասցեներից մեկը: Գտնել գոնե մեկ նամակը ճիշտ հասցեով ուղարկելու հավանականությունը:

189. $1, 2, \ldots, n$ թվերը դասավորված են պատահական կարգով: Ինչ–պիսի՞ն է թվերից գոնե մեկի իր տեղում գտնվելու p_n հավանականու–թյունը: Գտնել $\lim\limits_{n\to\infty} p_n$:

190. Պատահականորեն ընտրվում է n-րդ կարգի որոշչի վերլու–ծության անդամներից մեկը: Ինչպիսի՞ p_n հավանականությամբ այն չի պարունակի գլխավոր անկյունագծի տարրերը: Գտնել $\lim\limits_{n\to\infty} p_n$:

191. Դահլիճում կա n տեղ: Տոմսերը համարակալված են և բոլորը վաճառված: Հանդիսատեսները պատահականորեն զբաղեցնում են տե–ղերը: Գտնել հետևյալ պատահույթների հավանականությունները.
ա) միայն $m\,(m \le n)$ հանդիսատես նստած կլինեն իրենց տեղերում,
բ) ոչ մի հանդիսատես նստած չի լինի իր տեղում,
գ) գտնել բ)-ում որոշված հավանականության սահմանը, երբ $n \to \infty$:

192. n վագոններից բաղկացած էլեկտրագնացք են բարձրանում $k\,(k \ge n)$ ուղևոր, որոնցից յուրաքանչյուրը պատահականորեն ընտ–րում է վագոններից մեկը: Գտնել յուրաքանչյուր վագոն առնվազն մեկ ուղևոր բարձրանալու հավանականությունը:

Լրիվ հավանականության և Բայեսի բանաձևերը

Դիցուք ունենք $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ հավանականային տարածություն: Եթե $A_1, A_2, \ldots, A_n$ պատահույթները կազմում են լրիվ խումբ և $P(A_i) > 0$, $i = 1, ..., n$, ապա ցանկացած B պատահույթի համար տեղի ունի լրիվ հավանականության բանաձևը՝

$$P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) \cdot P(B/A_i) :$$

Լրիվ հավանականության բանաձևը տեղի ունի նաև հաշվելի թվով պատահույթների համար՝ եթե $\{A_i\}_{i=1}^{\infty}$ պատահույթների հաջորդակա–նությունն այնպիսին է, որ

1)$A_i \cap A_j = \varnothing$, $i \neq j$, $P(A_i) > 0$,

2)$B \subset \bigcup\limits_{i=1}^{\infty} A_i$,

ապա ցանկացած B պատահույթի համար

$$P(B) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i) \cdot P(B/A_i) :$$

Բայեսի բանաձևը: Եթե բավարարված են լրիվ հավանականության բանաձևի բոլոր պայմանները և $P(B) \neq 0$, ապա

$$P(A_k/B) = \frac{P(A_k) \cdot P(B/A_k)}{\sum\limits_{i=1}^{n} P(A_i) \cdot P(B/A_i)}, \quad k = 1, 2, \ldots, n :$$

Բայեսի բանաձևը տեղի ունի նաև հաշվելի թվով $\{A_i\}_{i=1}^{\infty}$ պատահույթների համար:

Ա

193. Դոմինոյի 28 քարերից պատահականորեն վերցնում են երկուսը: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ նրանք կկազմեն շղթա՝ համաձայն խաղի կանոնների:

194. Երկու սափոր պարունակում են համապատասխանաբար m_1 և m_2 սպիտակ և n_1 և n_2 սև գնդիկներ: Յուրաքանչյուր սափորից պատահականորեն վերցնում են մեկական գնդիկ, ապա այդ երկու գնդիկներից պատահականորեն ընտրում են մեկը: Ինչպիսի՞ն է այդ գնդիկի սպիտակ լինելու հավանականությունը:

195. n գնդակ պարունակող սափորի մեջ գցվել է մեկ սպիտակ գնդակ: Գտնել սափորից սպիտակ գնդակ հանելու հավանականությունը, եթե բոլոր հնարավոր ենթադրությունները սպիտակ գնդակների սկզբնական քանակի վերաբերյալ հավասարահնարավոր են:

196. Երեք սափորներից յուրաքանչյուրը պարունակում է 6 սև և 4 սպիտակ գնդիկներ: Առաջին սափորից պատահականորեն վերցրած

գնդիկը տեղափոխվում է երկրորդ սափոր, ապա այդտեղից պատահականորեն վերցրած գնդիկը տեղափոխվում է երրորդ սափոր: Գտնել երրորդ սափորից պատահականորեն հանած գնդիկի սպիտակ լինելու հավանականությունը:

197. n սափորներից յուրաքանչյուրը պարունակում է a սպիտակ և b սև գնդիկներ: Առաջին սափորից պատահականորեն վերցրած մեկ գնդիկ տեղափոխվում է երկրորդ սափոր, ապա երկրորդից՝ երրորդը և այլն: Վերջապես վերջին սափորից հանում են մեկ գնդիկ: Գտնել նրա սպիտակ լինելու հավանականությունը:

198. Ուսանողը գիտի ոչ բոլոր քննական տոմսերը: Ո՞ր դեպքում չիմացած տոմս վերցնելու հավանականությունը կլինի փոքրագույն, երբ ուսանողը վերցնում է տոմսը սկզբում, թե՞ վերջում:

199. Առաջին սափորը պարունակում է a սպիտակ և b սև $(a \geq 3,\ b \geq 3)$ գնդիկներ, երկրորդը՝ c սպիտակ և d սև գնդիկներ: Առաջին սափորից պատահականորեն վերցրած 3 գնդիկ տեղափոխում են երկրորդ սափոր: Գտնել երկրորդ սափորից պատահականորեն վերցրած գնդիկի սպիտակ լինելու հավանականությունը:

200. Արկղում կա թենիսի 15 գնդակ, որոնցից 9-ը նոր են: Առաջին խաղի համար պատահականորեն վերցնում են 3 գնդակ, որոնք խաղից հետո ետ են վերադարձնում արկղ: Երկրորդ խաղի համար նույնպես պատահականորեն վերցնում են 3 գնդակ: Ինչպիսի՞ն է երկրորդ խաղի համար վերցրած գնդակների չօգտագործված լինելու հավանականությունը:

201. Արյան փոխներարկման ժամանակ պետք է հաշվի առնել դոնորի և հիվանդի արյան խմբերը: IV խմբի արյունն ունեցող հիվանդին կարելի է փոխներարկել ցանկացած խմբի արյուն, III խմբի արյուն ունեցող հիվանդին՝ I կամ III խմբի արյուն, II խմբի արյուն ունեցողին՝ I կամ II, իսկ I խմբի արյուն ունեցող հիվանդին՝ միայն I խմբի արյուն: Բնակչության $33,7\%$-ը ունեն I, $37,5\%$-ը՝ II, $20,9\%$-ը՝ III, $7,9\%$-ը՝ IV խմբի արյուն:

ա) Ինչպիսի՞ հավանականությամբ պատահականորեն ընտրած հիվանդին կարելի է փոխներարկել պատահականորեն ընտրած դոնորի արյուն:

բ) Ինչպիսի՞ հավանականությամբ կարելի է իրագործել արյան փոխներարկումը, եթե ներկա են դոնորներից երկուսը:

202. Երկու հաստոց արտադրում են միանման մասեր, որոնք ուղարկվում են ընդհանուր պահեստ: Առաջին հաստոցի արտադրողականությունը երկու անգամ մեծ է երկրորդի արտադրողականությունից: Առաջին հաստոցի արտադրանքի 60%-ը բարձր որակի է, իսկ երկրորդինի՝ 84%-ը: Պահեստից պատահականորեն վերցրած մասը բարձր որակի է: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ այն արտադրված է առաջին հաստոցի վրա:

203. Հեղյուս արտադրող գործարանի A, B, C հաստոցները արտադրում են ամբողջ արտադրանքի համապատասխանաբար 25%, 30% և 40%-ը: Նրանց արտադրանքի խոտանը կազմում է 5%, 4% և 2%: Պատահական վերցրած հեղյուսը խոտանված է: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ այն արտադրված է A հաստոցի, B հաստոցի, C հաստոցի վրա:

204. Երեք խմբաքանակներից յուրաքանչյուրը պարունակում է 10 մաս: Լավորակ մասերի քանակը առաջին, երկրորդ և երրորդ խմբաքանակներում հավասար է համապատասխանաբար 10, 7 և 4: Պատահական խմբաքանակից պատահական վերցրած մասը լավորակ է: Այն ետ են վերադարձնում և նույն խմբաքանակից երկրորդ անգամ վերցնում են մեկ մաս, որը նույնպես լավորակ է: Գտնել այդ մասի երրորդ խմբաքանակին պատկանելու հավանականությունը:

205. Հինգ դետալներից բաղկացած խմբից պատահականորեն վերցնում են մեկը, պարզվում է որ այն խոտանված է: Խոտանված դետալների քանակը հավասար հավանականությամբ կարող է լինել ցանկացած: Գտնել խոտանված դետալների քանակի վերաբերյալ ենթադրություններից ամենահավանականը:

206. Հայտնի է, որ բոլոր տղամարդկանց 5%-ը և բոլոր կանանց $0,25$%-ը գունակույր են: Պատահականորեն ընտրված մարդը պառա–

պում է գունակուրությամբ: Ինչպիսի՞ն է հավանականությունը, որ դա փղամարդ է (փղամարդկանց և կանանց թիվը համարել հավասար):

207. Ռենտգենյան ստուգումով թոքախտավորի մոտ թոքախտ հայտնաբերելու հավանականությունը հավասար է $1-\beta$-ի: Առողջ մարդուն հիվանդի տեղ ընդունելու հավանականությունը հավասար է α-ի: Դիցուք թոքախտավորները կազմում են ամբողջ բնակչության γ մասը: ա) Գտնել մարդու առողջ լինելու պայմանական հավանականությունը, եթե ստուգման ժամանակ նրան համարել են հիվանդ: բ) Հաշվել հավանականության արժեքը մասնավոր դեպքում, երբ $1-\beta=0,9; \alpha=0,01; \gamma=0,001$:

208. Մասնագիտացված հիվանդանոցում միջին հաշվով 50%-ը տառապում է K հիվանդությամբ, 30%-ը՝ L հիվանդությամբ, 20%-ը՝ M հիվանդությամբ: K, L, M հիվանդություններից լրիվ բուժվելու հավանականությունները համապատասխանաբար հավասար են 0,7-ի, 0,8-ի, 0,9-ի: Բուժվողներից մեկը առողջացած դուրս է գրվում հիվանդանոցից: Ինչպիսի՞ն է հավանականությունը, որ նա տառապում էր K հիվանդությամբ:

209. Սափորից, որը պարունակում է $m \geq 3$ սպիտակ և n սև գնդիկներ, կորել է անհայտ գույնի մեկ գնդիկ: Որպեսզի որոշեն սափորի պարունակությունը, պատահականորեն հանում են երկու գնդիկ: Գտնել կորած գնդիկի սպիտակ լինելու հավանականությունը, եթե հայտնի է, որ հանված գնդիկները սպիտակ էին:

210. Մեկ կրակոցով թիրախին դիպչելու հավանականությունները երեք հրաձիգների համար համապատասխանաբար հավասար են $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$: Համազարկ տալու դեպքում երեք հրաձիգներից երկուսը դիպչում են թիրախին: Գտնել երրորդ հրաձգի վրիպելու հավանականությունը:

211. Երեք հրաձիգ կրակում են, ընդ որում երկուսը դիպչում են թիրախին: Գտնել երրորդ հրաձգի թիրախին դիպչելու հավանականությունը, եթե դիպչելու հավանականությունները առաջին, երկրորդ և երրորդ հրաձիգների համար համապատասխանաբար հավասար են 0,6-ի, 0,5 -ի և 0,4-ի:

212. Ավտոմեքենա արտադրող գործարանը ուրբաթ օրերին արտադրում է շաբաթական արտադրվող ավտոմեքենաների 12%-ը, իսկ երկուշաբթիից հինգշաբթի՝ մնացած արտադրությունը հավասար քանակությամբ: Արտադրանքի խոտանը ուրբաթ օրը կազմում է 4%, երկուշաբթի և հինգշաբթի օրերին՝ 2%, իսկ երեքշաբթի և չորեքշաբթի օրերին՝ 1%: Ստուգման համար վերցված ավտոմեքենան ունի գործարանային թերություն: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ այդ ավտոմեքենան արտադրվել է հինգշաբթի օրը:

213. Դուք խնդրում եք հարևանին, որպեսզի նա ջրի ձեր ծաղիկները, երբ դուք գնաք հանգստանալու: Առանց ջրելու ծաղիկները կչորանան 0,8 հավանականությամբ, իսկ ջրելով չորանալու հավանականությունը հավասար է 0,15-ի: 90 տոկոս հավանականությամբ դուք վստահ եք, որ ձեր հարևանը չի մոռանա ջրել ծաղիկները: Դիցուք ծաղիկները չորացել են: Ինչպիսին է՞ հավանականությունը, որ հարևանը մոռացել էր ջրել դրանք:

214. Արկղում կա երեք մետաղադրամ: Դրանցից մեկի երկու կողմը «գերբ» է, մյուս մետաղադրամը կանոնավոր է, իսկ երրորդի ծանրության կենտրոնը շեղված է և 75 տոկոսով բացվում է «գերբ»-ը: Արկղից պատահականորեն ընտրում են մեկ մետաղադրամ և նետում, որի վրա բացվում է «գերբ»-ը: Ինչպիսի հավանականությամբ դա երկու «գերբ» պարունակող մետաղադրամն էր:

Բ

215. $1, 2, 3, \ldots, n$ թվերից հաջորդաբար պատահականորեն ընտրում են երկու թիվ: Գտնել առաջին և երկրորդ թվերի միջև եղած տարբերության m-ից $(m > 0)$ փոքր չլինելու հավանականությունը:

216. t ժամանակամիջոցում հեռախոսակայանում k կանչ ստանալու հավանականությունը հավասար է $P_t(k)$ -ի: Համարելով, որ ցանկացած երկու հարևան ժամանակամիջոցներում կանչերի թվերը իրարից անկախ են, գտնել $2t$ ժամանակամիջոցում s կանչ ստանալու $P_{2t}(s)$ հավանականությունը: Ինչի՞ է հավասար $P_{2t}(s)$ -ը, եթե $P_t(k) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}$:

217. Դիցուք ունենք արտաքին տեսքով միանման n սափոր, ընդ որում r-րդ սափորը պարունակում է $r-1$ կարմիր և $n-r$ սպիտակ գնդիկներ: Պատահական ընտրված սափորից պատահականորեն հաջորդաբար առանց վերադարձի հանում են 2 գնդիկ: Գտնել 2-րդ հանված գնդիկի սպիտակ լինելու հավանականությունը:

218. $S=\{1,2,3,\ldots,N\}$ բազմության բոլոր ենթաբազմությունների համախմբությունից վերադարձումով ընտրության սխեմայով ընտրում են A_1 և A_2 բազմությունները: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ $A_1 \cap A_2 = \varnothing$:

219. Կորած ինքնաթիռի որոնման համար առանձնացրել են 10 ուղղաթիռ, որոնցից յուրաքանչյուրը կարող է օգտագործվել որոնման համար երկու հնարավոր շրջաններից մեկում, որտեղ ինքնաթիռը կարող է գտնվել 0,8 և 0,2 հավանականություններով: Ինչպե՞ս պետք է բաշխել ուղղաթիռները ըստ որոնման շրջանների, որպեսզի ինքնաթիռի հայտնաբերելու հավանականությունը լինի մեծագույն, եթե յուրաքանչյուր ուղղաթիռ հայտնաբերում է որոնման շրջանում գտնվող ինքնաթիռը 0,2 հավանականությամբ, իսկ որոնումը կատարվում է յուրաքանչյուր ուղղաթիռով անկախ մյուսներից: Գտնել ինքնաթիռը հայտնաբերելու հավանականությունը որոնման լավագույն տարբերակի դեպքում:

220. Ուսանողների խումբը բաղկացած է a գերազանցիկներից, b լավ և c թույլ սովորող ուսանողներից: Քննության ժամանակ գերազանցիկը ստանում է միայն գերազանց գնահատականներ, լավ սովորող ուսանողը՝ հավասար հավանականությամբ գերազանց և լավ գնահատականներ, թույլ սովորող ուսանողը՝ հավասար հավանականությամբ լավ, բավարար և անբավարար գնահատականներ: Քննություն են հանձնում այդ խմբից պատահականորեն ընտրած երեք ուսանող: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ նրանք կստանան գերազանց, լավ, բավարար գնահատականներ (ցանկացած կարգով):

221. Որոշ վայրում տվյալ օրվա եղանակը նախորդ օրվա պես լինելու հավանականությունը հավասար է p-ի, եթե նախորդ օրը անձրևային էր

և q-ի, եթե այդ օրը անձրևային չէր ($p < 1$ կամ $q < 1$)։ Գտնել n-րդ օրը անձրևային լինելու p_n հավանականությունը։ Հաշվել $\lim\limits_{n\to\infty} p_n$։

222. A և B խաղացողներից յուրաքանչյուրը հերթախաղը շահելու դեպքում ստանում է մեկ միավոր։ A-ն հերթախաղը շահում է α հավանականությամբ, B-ն՝ β հավանականությամբ, ընդ որում, $\alpha > \beta$, $\alpha + \beta = 1$։ Ամբողջ խաղը հաղթում է այն խաղացողը, որը հակառակորդից առաջ է անցնում 2 միավորով։ ա) Գտնել յուրաքանչյուր խաղացողի ամբողջ խաղը տանելու հավանականությունը, բ) ո՞րն է ավելի շահավետ A խաղացողի համար, խաղալ մեկ հերթախաղ, թե ամբողջ խաղը։

223. A և B խաղացողներ, որոնք ունեն համապատասխան a և b դրամագլուխներ, խաղում են մոլեխաղ, որը բաղկացած է առանձին հերթախաղերից։ Նրանցից յուրաքանչյուրը հերթախաղը շահում է $\frac{1}{2}$ հավանականությամբ։ Յուրաքանչյուր հերթախաղից հետո պարտվողը վճարում է հաղթողին 1 դրամ։ Խաղը շարունակվում է մինչև նրանցից մեկի սննկացումը։ Գտնել B խաղացողի սննկանալու հավանականությունը։

224. Ենթադրենք նախորդ խնդրում A խաղացողը շահում է $p > \frac{1}{2}$ հավանականությամբ և պարտվում է $q = 1 - p$ հավանականությամբ։ Գտնել երկրորդ խաղացողի սննկանալու հավանականությունը։

225. $(N+1)$ սափորներից յուրաքանչյուրը պարունակում է N սպիտակ և սև գնդիկներ։ Գնդիկների բաշխումը ըստ գույնի տարբեր է բոլոր սափորներում, իսկ պատահական ընտրած սափորում անհայտ է։ Պատահական սափորից պատահականորեն վերցնում են մեկ գնդիկ և տեղափոխում են մեկ ուրիշ սափոր։ Այդ սափորից վերցրած գնդիկը տեղափոխվում է մեկ այլ սափոր և այդպես շարունակ։ Տեղափոխությունները կատարում են $(N + 1)$ անգամ այնպես, որ յուրաքանչյուր սափոր մասնակցում է միայն մեկ անգամ, ընդ որում $(N+1)$-րդ տեղափոխությունը կատարվում է առաջին ընտրած սափորը։ Գտնել յուրաքանչյուր սափորում սկզբնական պարունակության պահպանվելու հավանականությունը։

226. N հրաձիգներին կարելի է բաժանել չորս խմբի՝ a_1 գերազանցիկ հրաձիգ, a_2 լավ, a_3 միջակ, a_4 վատ: Մեկ կրակոցով թիրախին դիպչելու հավանականությունը i -րդ խմբի հրաձիգի համար հավասար է p_i-ի, $i = 1, 2, 3, 4$: Երկու պատահական ընտրած հրաձիգները կրակում են միևնույն թիրախին: Գտնել գոնե մեկ դիպուկ կրակոցի հավանականությունը:

227. Չորս a, b, c, d մարդկանցից a-ն ստացել է տեղեկություն, որը «այո» կամ «ոչ» ազդանշանով հաղորդում է b-ին, b-ն՝ c-ին, c-ն՝ d-ին, իսկ d-ն հաղորդում է ստացված տեղեկությունը նույն ձևով, ինչպես մյուսները: Հայտնի է, որ նրանցից յուրաքանչյուրը ասում է ճշմարտությունը երեք դեպքերից մեկում: Որոշել առաջին մարդու ճշմարտություն ասելու հավանականությունը, եթե հայտնի է, որ չորրորդը ճշմարտություն է ասել:

228. Անհայտ գույնի n գնդիկներ պարունակող սափորից հանում են մեկ գնդիկ, որը սպիտակ է: Գտնել երկրորդ հանված գնդիկի սպիտակ լինելու հավանականությունը: Սափորի սկզբնական պարունակության մասին բոլոր ենթադրությունները համարել հավասարահնարավոր:

229. Անհայտ գույնի n գնդիկներ պարունակող սափորից հանում են մեկ գնդիկ, որը սպիտակ է: Այն ետ վերադարձնելուց հետո հանում են մեկ գնդիկ ևս: Գտնել այդ գնդիկի սպիտակ լինելու հավանականությունը, եթե սկզբնական պարունակության մասին բոլոր ենթադրությունները հավասարահնարավոր են:

230. Իրարից անկախ աշխատող չորս տարրերից բաղկացած սարքի տարրերից երկուսը խափանվել են: Գտնել առաջին և երկրորդ տարրերի խափանվելու հավանականությունը, եթե այն առաջին, երկրորդ, երրորդ և չորրորդ տարրերի համար համապատասխանաբար հավասար է ՝ p_1=0,1, p_2=0,2, p_3=0,3, p_4=0,4:

231. Ուսումնարանում սովորում են n ուսանող, որոնցից n_k-ն $(k = 1, 2, 3)$ սովորում են k-րդ տարին: Երկու պատահական ընտրած ուսանողներից մեկը մյուսից շուտ է ընդունվել: Գտնել այդ ուսանողի երրորդ տարին սովորելու հավանականությունը:

232. Կապի գծով հաղորդվում են $AAAA, BBBB, CCCC$ հաջորդականությունները համապատասխանաբար p_1, p_2, p_3 $(\sum_{i=1}^{3} p_i = 1)$ հավանականություններով: Յուրաքանչյուր հաղորդվող A, B կամ C տառ ճիշտ է ընդունվում α հավանականությամբ, իսկ $\frac{1}{2}(1-\alpha)$ և $\frac{1}{2}(1-\alpha)$ հավանականություններով ընդունվում է մյուս երկու տառերի փոխարեն: Ենթադրվում է, որ տառերը աղավաղվում են իրարից անկախ: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ հաղորդված է եղել $AAAA$-ն, եթե ընդունված է $ABCA$-ն:

Բեռնուլիի բանաձևը

Եթե n անկախ փորձերից յուրաքանչյուրում A պատահույթի երևալու հավանականությունը հավասար է $P(A) = p$ (Բեռնուլիի սխեման), իսկ μ_n-ը A պատահույթի ի հայտ գալու թիվն է n փորձերում, ապա

$$P(\mu_n = m) = P_n(m) = C_n^m p^m (1-p)^{n-m}, \;\; m = 0, 1, \ldots, n:$$

Բեռնուլիի բանաձևի ընդհանրացումը: Դիցուք կատարում են n անկախ փորձեր, որոնցից յուրաքանչյուրում կարող է իրականանալ A_1, A_2, ..., A_s անհամատեղելի պատահույթներից որևէ մեկը: Նշանակենք $P(A_i) = p_i, i = 1, ..., s,$ $\sum_{i=1}^{s} p_i = 1$: Հավանականությունը, որ n անկախ փորձերում A_1 պատահույթը կիրականանա ճիշտ m_1 անգամ, A_2 պատահույթը՝ ճիշտ m_2 անգամ և այլն, A_s պատահույթը՝ ճիշտ m_s անգամ, հաշվում են հետևյալ բանաձևով՝

$$P_n(m_1, m_2, \ldots, m_s) = \frac{n!}{m_1! m_2! \cdots m_s!} p_1^{m_1} p_2^{m_2} \cdots p_s^{m_s},$$

երբ $m_1 + m_2 + \ldots + m_s = n$ և $P_n(m_1, m_2, \ldots, m_s) = 0$, երբ $m_1 + m_2 + \ldots + m_s \neq n$:

Այն m-ը, որին համապատասխանում է $P_n(m)$-ի մեծագույն արժեքը, կոչվում է A պատահույթի ի հայտ գալու ամենահավանական թիվ և նշանակվում է m_o-ով:

$$np - (1-p) \leq m_o \leq np + p:$$

Եթե $p = p_n = \frac{\lambda_n}{n}$, որտեղ $\lambda_n \to \lambda$ $(0 < \lambda < \infty)$ երբ $n \to \infty$, ապա ճիշտ է հետևյալ առնչությունը (**Պուասոնի թեորեմ**)՝

$$\lim_{n\to\infty} P(\mu_n = m) = \frac{\lambda^m}{m!}e^{-\lambda}, \quad m = 0, 1, 2, \ldots :$$

Մուավր-Լապլասի լոկալ սահմանային թեորեմը: Եթե $p = \text{const}$, $0 < p < 1$, $q = 1 - p$, ապա հավասարաչափ ըստ այն m-երի, որոնց համար $\frac{m-np}{\sqrt{npq}}$ մեծությունը սահմանափակ է, տեղի ունի

$$\lim_{n\to\infty} \left(P(\mu_n = m) = \frac{1}{\sqrt{npq}} \cdot \varphi\left(\frac{m - np}{\sqrt{npq}}\right)\right) = 1,$$

որտեղ $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$ ֆունկցիայի արժեքները բերված են խնդրագրքի աղյուսակ 1-ում:

Մուավր-Լապլասի ինտեգրալային սահմանային թեորեմը: Եթե $p = \text{const}$, $0 < p < 1$, $q = 1 - p$, ապա հավասարաչափ x_1-ի և x_2-ի նկատմամբ $(\forall x_1, x_2 \in R^1)$

$$P\Big(x_1 < \frac{\mu_n - np}{\sqrt{npq}} < x_2\Big) \xrightarrow[n \to \infty]{} \Phi(x_2) - \Phi(x_1),$$

որտեղ $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_0^x e^{-\frac{u^2}{2}} du$ ֆունկցիայի արժեքները բերված են խնդրագրքի աղյուսակ 2-ում:

Ա

233. Զառը նետվում է 5 անգամ: Ինչպիսի՞ն է երեքին բազմապատիկ թվի երկու անգամ բացվելու հավանականությունը:

234. Կատարում են հինգ անկախ փորձեր, որոնցից յուրաքանչյուրում միաժամանակ նետում են երեք զառ: Ինչի՞ է հավասար փորձերից երկուսում երեքական միավոր ստանալու հավանականությունը:

235. Ինչպիսի՞ հավանականությամբ 52 խաղաթղթերից բաղկացած կապուկը չորս խաղացողների միջև բաժանելու ժամանակ նրանցից մեկի մոտ երեք անգամ անընդմեջ «մեկանոց» չի ընկնի:

236. R շառավիղ ունեցող շրջանի մեջ ներգծված է կանոնավոր եռանկյուն: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ այդ շրջանի մեջ պատահականորեն նշված 4 կետերը կգտնվեն եռանկյան մեջ:

237. l երկարություն ունեցող AB հատվածը բաժանվում է C կետով 2:1 հարաբերությամբ: Այդ հատվածի վրա պատահականորեն նետում են 4 կետ: Գտնել դրանցից երկուսի C կետից ձախ, երկուսի՝ աջ գտնվելու հավանականությունը:

238. **Բանախի խնդիրը**: Մի մաթեմատիկոս իր մոտ ունի լուցկու երկու տուփ: Ամեն անգամ լուցկի հանելիս նա պատահականորեն վերցնում է այդ տուփերից մեկը: Որոշ ժամանակ անց նա նկատում է, որ տուփերից մեկը դատարկ է: Ինչի՞ է հավասար այդ դեպքում երկրորդ տուփի մեջ k հատիկ գտնվելու հավանականությունը, եթե սկզբում յուրաքանչյուր տուփի մեջ կար n հատիկ:

239. Պատահույթի գոնե մեկ անգամ երևալու հավանականությունը չորս անկախ փորձերում հավասար է 0,59-ի: Ինչպիսի՞ն է մեկ փորձում պատահույթի երևալու հավանականությունը, եթե յուրաքանչյուր փորձում այդ հավանականությունը նույնն է:

240. Կատարում են 20 անկախ փորձ, որոնցից յուրաքանչյուրում միաժամանակ նետում են 3 մետաղադրամ: Գտնել գոնե մեկ փորձում երեք «գերբ» բացվելու հավանականությունը:

241. Կատարվում է հրաձգություն մինչև առաջին դիպուկ կրակոցը: Մեկ կրակոցով թիրախին դիպչելու հավանականությունը հավասար է 0,2-ի: Գտնել միայն 6 կրակոց փալու հավանականությունը:

242. Մեկ կրակոցով թիրախի «10»-ը խոցելու հավանականությունը հավասար է 0,2-ի: Քանի՞ անկախ կրակոց է պետք կատարել, որպեսզի 0,9-ից ոչ պակաս հավանականությամբ «10»-ը խոցվի գոնե մեկ անգամ:

243. Քանի՞ անգամ է պետք նետել երկու զառը, որ գոնե մեկ անգամ «6, 6» բացվելու հավանականությունը լինի մեծ $\frac{1}{2}$-ից:

244. Արտադրանքի 5%-ը խոտան է: Որոշել պատահականորեն վերցը–ված հինգ արտադրանքներից գոնե երկուսի խոտանված լինելու հավա–նականությունը:

245. Արտադրանքի 90%-ը լավորակ է, 9%-ը ունի վերացնելի արատ, 1%-ը՝ անվերացնելի արատ: Գտնել պատահականորեն վերցրած երեք արտադրանքներից գոնե մեկի լավորակ և գոնե մեկի վերացնելի արատ ունենալու հավանականությունը:

246. Գտնել 30 անձերի համար տարվա 12 ամիսներից 6 ամիսներում երկուական ծննդյան օր, իսկ մյուս 6 ամիսներում երեքական ծննդյան օր ընկնելու հավանականությունը:

247. Կանոնավոր մետաղադրամը նետում են 10 անգամ: Ինչպիսի հավանականությամբ պատահական իրագործումը կամ կսկսվի 3 հա–ջորդական «գերբով», կամ կավարտվի երկու հաջորդական «գիրով»:

248. Ենթադրենք ընտանիքում ծնված երեխաները, անկախ ընտա–նիքում արդեն առկա մյուս երեխաների սեռից, հավասար հավանա–կանությամբ կարող են լինել աղջիկ կամ տղա: 5 երեխաներ ունեցող ընտանեկան զույգի համար հաշվել հետևյալ պատահույթների հավա–նականությունները՝

ա) բոլոր երեխաները նույն սեռի են;

բ) երեք մեծ երեխաները տղաներ են, իսկ մյուսները՝ աղջիկներ;

գ) երեխաներից ճիշտ 3-ը տղաներ են;

դ) երկու մեծ երեխաները աղջիկներ են;

ե) երեխաներից գոնե մեկը աղջիկ է:

249. Հավանականությունը, որ հաստոցի վրա արտադրված մասը կլինի խոտանված, հավասար է 0,1-ի: Հաշվել պատահականորեն ըն–տրված 10 արտադրանքներից ամենաշատը մեկի խոտանված լինելու հավանականությունը (հաշվել Բեռնուլիի բանաձևով և Պուասոնի մո–տավոր բանաձևով):

250. Ենթադրելով, որ գրքի մեկ էջի վրա արված տպագրական սխալ–ների թիվն ունի $\lambda = 1/2$ պարամետրով Պուասոնի բաշխում, հաշվել

փվյալ էջում առնվազն մեկ փպագրական սխալ լինելու հավանակա– նությունը:

251. Հափվածը բաժանվում է մասերի 1 : 2 : 3 : 4 հարաբերությամբ: Դրա վրա պատահականորեն նշում են 8 կետ: Գտնել առաջին հատվածին 3 կետ, երկրորդին՝ 2 կետ, իսկ մնացած կետերը 4-րդ հատվածին պատ– կանելու հավանականությունը:

252. Ի՞նչն է ավելի հավանական սպանալ՝ գոնե մեկ «6» չորս զառի նետումով, թե գոնե մեկ «6, 6» երկու զառերի 24 նետումներով:

253. Ի՞նչն է ավելի հավանական սպանալ՝
ա) գոնե մեկ «6»՝ զառի վեց նետումով,
բ) գոնե երկու «6»՝ զառի 12 նետումով,
գ) գոնե երեք «6»՝ զառի 18 նետումով:

254. Տվյալ բասկետբոլիստի համար գնդակը մեկ նետումով զամ– բյուղ գցելու հավանականությունը հավասար է 0,4-ի: Կատարվել է 10 նետում: Գտնել հաջող փորձերի ամենահավանական թիվը և նրան հա– մապատասխանող հավանականությունը:

255. Յուրաքանչյուր փորձում պատահույթի երևալու հավանակա– նությունը հավասար է 0,8-ի: Որոշել անկախ փորձերի n թիվը, որոնց դեպքում պատահույթի ի հայտ գալու ամենահավանական թիվը հավա– սար կլինի 20-ի:

256. Մետաղադրամը նետվում է 20 անգամ: Գտնել «գերբի» ի հայտ գալու ամենահավանական թիվը:

257. Գտնել A պատահույթի 2400 անկախ փորձերում 1400 անգամ երևալու հավանականությունը, եթե հայտնի է, որ փորձերից յուրաքան– չյուրում այդ պատահույթի հանդես գալու հավանականությունը հավա– սար է 0,6-ի:

258. Մեկ կրակոցով թիրախին դիպչելու հավանականությունը հա– վասար է 0,8 -ի: Գտնել 100 կրակոցների դեպքում թիրախին 75 անգամ դիպչելու հավանականությունը:

259. 200 անկախ կրակոցներից 116-ը դիպել են թիրախին: Մեկ կրակոցով թիրախին դիպչելու հավանականության ո՞ր արժեքն է ավելի հավանական՝ $\frac{1}{2}$, թե՝ $\frac{2}{3}$, եթե մինչև փորձ կապարելը այդ ենթադրու–թյունները հավասարահնարավոր են և միակ հնարավոր:

260. Զառը նետվում է 80 անգամ: 0,99 հավանականությամբ գտնել այն սահմանները, որտեղ կգտնվի «6» -ի երևալու m թիվը:

261. Անկախ փորձերից յուրաքանչյուրում պատահույթի երևալու հա–վանականությունը հավասար է 0,2-ի: Գտնել փորձերի փոքրագույն n թիվը, որի դեպքում 0,99 հավանականությամբ հնարավոր լինի պնդել, որ պատահույթի երևալու հարաբերական հաճախականությունը կշեղվի իր հավանականությունից բացարձակ արժեքով ոչ ավելի, քան 0,04-ով:

262. Պատահույթի երևալու հավանականությունը 900 անկախ փոր–ձերից յուրաքանչյուրում հավասար է 0,5-ի: Ինչպիսի՞ հավանականու–թյամբ պատահույթի հարաբերական հաճախականությունը կշեղվի իր երևալու հավանականությունից ոչ ավելիի, քան 0,02-ով:

263. Տեխնիկական վերահսկողության բաժինը ստուգման է ենթար–կում 475 դետալ: Դետալի խոտանված լինելու հավանականությունը հավասար է 0,05-ի: 0,95 հավանականությամբ գտնել այն սահմանները, որտեղ կգտնվի խոտանված դետալների m թիվը:

264. Խաղացողը շահում է 7 դրամ, եթե զառի վրա բացվում է «6»-ը և վճարում է 1 դրամ՝ հակառակ դեպքում: 0,999936 հավանականությամբ ինչ՞ սահմաններում կգտնվի նրա շահած գումարը, եթե զառը նետվում է 8000 անգամ:

Բ

265. Նպատակակետը ոչնչանում է, եթե նրան դիպչում են յուրաքան–չյուրը 120 կգ կշիռ ունեցող երկու ավիառումբ, կամ 200 կգ կշիռ ունեցող մեկ ավիառումբ: Ինքնաթիռը կարող է բեռնվել ոչ ավելի, քան 1200 կգ ընդհանուր կշիռ ունեցող ցանկացած միատեսակ ավիառումբերով: Ո՞ր տիպի ավիառումբերից է ձեռնտու բեռնել ինքնաթիռը, եթե հայտնի է, որ

առաջին փիպի ավիառումբի դիպչելու հավանականությունը հավասար է 0,06-ի, իսկ երկրորդինը՝ 0,08-ի:

266. k հանգույցներից բաղկացած գործիքը աշխատել է t ժամանակ: Յուրաքանչյուր հանգույցի հուսալիությունը (անխափան աշխատանքի հավանականությունը) t ժամանակահատվածում հավասար է p-ի: t ժամանակ անց գործիքը կանգ է առնում: Բանվորը ստուգում և փոխարինում է շարքից դուրս եկած հանգույցները: Մեկ հանգույցը փոխարինելու համար նա ծախսում է τ ժամանակ: Գտնել կանգ առնելուց 2τ ժամանակ անց գործիքի աշխատունակ լինելու հավանականությունը:

267. Կապի A կետը միացված է 10 աբոնենտ ունեցող B կետի հետ: Յուրաքանչյուր աբոնենտ զբաղեցնում է գիծը միջին հաշվով ժամում 6 րոպե: Ցանկացած երկու աբոնենտների կանչերը անկախ են:

ա) Ինչպիսի՞ հավանականությամբ աբոնենտներից մեկը կստանա մերժում (գիծը զբաղված է):

բ) Գտնել անխափան սպասարկման հավանականությունը, եթե գիծը պարունակում է 4 կանալ:

268. Կապի A կետը պետք է միացնել 10 աբոնենտ ունեցող B կետի հետ: Յուրաքանչյուր աբոնենտ զբաղեցնում է գիծը՝ ժամում 12 րոպե: Ցանկացած երու աբոնենտների կանչերն անկախ են: Գտնել անխափան սպասարկման հավանականությունը, եթե գիծը պարունակում է 5 կանալ:

269. Երեք բանվոր իրենց հաստոցների վրա արտադրում են միայն գերազանց և լավորակ մասեր, ընդ որում, նրանցից առաջինը և երկրորդը արտադրում են գերազանց որակի մասեր՝ 0,9 հավանականությամբ, իսկ երրորդը ՝ 0,8 հավանականությամբ: Բանվորներից մեկը արտադրել է 8 մաս, որոնցից երկուսը լավորակ են: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ նույն բանվորի արտադրած հաջորդ 8 մասերից երկուսը կլինեն լավ, իսկ 6-ը՝ գերազանց որակի:

270. Կատարում են 4 անկախ փորձ, որոնցից յուրաքանչյուրում A պատահույթի հանդես գալու հավանականությունը հավասար է 0,3-ի:

B պատահույթը տեղի է ունենում 1 հավանականությամբ, երբ A պատահույթը հանդես է եկել ոչ պակաս, քան 2 անգամ, չի կարող տեղի ունենալ, երբ A պատահույթը հանդես չի եկել և տեղի է ունենում 0,6 հավանականությամբ, երբ A պատահույթը հանդես է եկել մեկ անգամ: Գտնել B պատահույթի տեղի ունենալու հավանականությունը:

271. Թիրախի առավելագույն միավորը 10-ն է: Գտնել թիրախին երեք կրակոցով 28-ից ոչ պակաս միավոր ստանալու հավանականությունը, եթե 30 միավոր ստանալու հավանականությունը հավասար է 0,008-ի: Հայտնի է նաև, որ մեկ կրակոցով 8 միավոր ստանալու հավանականությունը հավասար է 0,15-ի, իսկ 8-ից պակաս միավոր՝ 0,4-ի:

272. Երկու խաղացողներից յուրաքանչյուրը նետում է դրամը 4 անգամ: Հաղթում է այն խաղացողը, որի մոտ բացված գերբերի թիվը ավելի մեծ է: Գտնել շահելու հավանականությունը յուրաքանչյուր խաղացողի համար:

273. Երկու բասկետբոլիստներից յուրաքանչյուրը երեք անգամ նետում է գնդակը դեպի զամբյուղ: Յուրաքանչյուր նետման ժամանակ գնդակը զամբյուղի մեջ ընկնելու հավանականությունը հավասար է համապատասխանաբար է 0,6-ի և 0,7-ի: Գտնել հետևյալ պատահույթների հավանականությունները.

ա) բասկետբոլիստները կատարել են հավասար թվով հաջող նետումներ,

բ) առաջին բասկետբոլիստը կատարել է ավելի շատ հաջող նետումներ, քան երկրորդը:

274. Երկու խաղընկերներից յուրաքանչյուրը n անգամ նետում է մետաղադրամը: Գտնել նրանց մոտ միևնույն թվով «գերբ» բացվելու հավանականությունը:

275. Երկուսը խաղում են մինչև հաղթանակը, ընդ որում անհրաժեշտ է, որ առաջինը հաղթանակը տանի m հերթախաղերում, իսկ երկրորդը՝ n հերթախաղերում: Յանկացած հերթախաղում շահելու հավանականությունը առաջին խաղացողի համար հավասար է p-ի, իսկ երկրորդի

համար՝ $q = 1 - p$: Գտնել առաջին խաղացողի հաղթանակ տանելու հավանականությունը:

276. Երկու խաղացող պայմանավորվում են, որ շահումը կստանա նա, ով կշահի հերթախաղերի որոշակի քանակ: Խաղը ընդհատվել է, երբ առաջին խաղացողին մինչև հաղթանակը մնացել է հաղթել m, իսկ երկրորդին՝ n հերթախաղերում: Ինչպե՞ս բաժանել խաղագումարը, եթե ցանկացած հերթախաղում շահելու հավանականությունը երկու խաղացողի համար էլ հավասար է $\frac{1}{2}$-ի:

277. Յուրաքանչյուր փորձում A պատահույթի հանդես գալու հավանականությունը հավասար է p-ի: Գտնել n անկախ փորձերում A պատահույթի զույգ թվով հանդես գալու հավանականությունը:

278. Միջատի k ձու ածելու հավանականությունը հավասար է $p_k = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$, $k = 0, 1, \ldots$, իսկ ձվից միջատ զարգանալու հավանականությունը՝ p: Գտնել միջատի l սերունդ ունենալու հավանականությունը:

279. Մեկ կրակոցով նպատակակետին դիպչելու հավանականությունը հավասար է p, իսկ $k \geq 1$ դիպումներով նպատակակետը խոցելու հավանականությունը՝ $1 - q^k$: Ինչի՞ է հավասար n կրակոցով նպատակակետը խոցելու հավանականությունը:

280. m վնասվածքների դեպքում սարքը նորոգման կանգնեցնելու անհրաժեշտության հավանականությունը որոշվում է $Q(m) = 1 - (1 - \frac{1}{\omega})^m$ բանաձևով, որտեղ ω-ն մինչև սարքը նորոգման կանգնեցնելը վնասվածքների միջին թիվն է: Ապացուցել, որ n արտադրական ցիկլերից հետո նորոգման անհրաժեշտության հավանականությունը որոշվում է $W_n = 1 - (1 - \frac{p}{\omega})^n$ բանաձևով, որտեղ p-ն մեկ արտադրական ցիկլի ընթացքում վնասվածք ստանալու հավանականությունն է:

281. Սուզանավը գրոհում է նավը, արձակելով հաջորդաբար և մեկը մյուսից անկախ n տորպեդ: Յուրաքանչյուր տորպեդ դիպչում է նավին p հավանականությամբ: Տորպեդը դիպչելու դեպքում $\frac{1}{m}$ հավանականությամբ ջրասուզվում է նավի m մեկուսամասերից մեկը: Գտնել նավի

խորտակման հավանականությունը, եթե դրա համար անհրաժեշտ է ջրասույզ անել երկուսից ոչ պակաս մեկուսամաս:

282. Ինքնաթիռը գնդակոծվում է n անկախ կրակոցներով: Նրանցից յուրաքանչյուրը p_1 հավանականությամբ դիպչում է այն մասին, որտեղ այն անմիջապես խոցում է ինքնաթիռը, p_2 հավանականությամբ դիպ–չում է վառելիքի բաքին և p_3 հավանականությամբ ընդհանրապես չի դիպչում ինքնաթիռին: Վառելիքի բաքին դիպած արկը ճեղք է բացում նրա մեջ, որտեղից մեկ ժամում արտահոսում է k լիտր վառելանյութ: Կորցնելով M լիտր վառելանյութ, ինքնաթիռը դառնում է անմարտունակ: Գտնել գնդակոծությունից մեկ ժամ անց ինքնաթիռի անմարտունակ լինելու հավանականությունը:

283. Մրցության մեջ են մտել k հրաձիգներ, որոնցից յուրաքանչյուրը n անգամ կրակում է թիրախին: Մեկ կրակոցով թիրախին դիպչելու հավանականությունը i-րդ հրաձգի համար հավասար է p_i-ի $(i = 1, 2, \ldots, k)$: Մրցությունը շահում է առավել շատ դիպումներ կատարող հրաձիգը: Ինչ՞ հավանականությամբ մրցումը կհաղթի հրաձիգներից մեկը:

284. Բեռնուլիի սխեմայում յուրաքանչյուր փորձի հաջողության հա–վանականությունը հավասար է p-ի: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ k-րդ հաջողությունը տեղի կունենա l-րդ փորձում:

285. Բեռնուլիի սխեմայում հաջողության հավանականությունը p է: Գտնել $2n$ այդպիսի փորձերում $m + n$ հաջողություններ և բոլոր զույգ համարներ ունեցող փորձերում այն ստանալու հավանականությունը:

286. Բեռնուլիի սխեմայում $p = \frac{1}{2}$: Ապացուցել, որ

$$\frac{1}{2\sqrt{n}} \leq P_{2n}(n) < \frac{1}{\sqrt{2n+1}} :$$

287. Մասնիկի շարժումը առանցքի ամբողջ կետերով ղեկավարվում է Բեռնուլիի սխեմայով, որտեղ «1» ելքի երևալու հավանականությունը p է: Մասնակիցը իր դիրքից տեղափոխվում է հարևան աջ կետը, եթե տվյալ փորձում երևացել է «1»-ը, հակառակ դեպքում՝ ձախ կետը: Գտնել

0 կետից մասնիկի n քայլերից հետո m կետ տեղափոխվելու հավանականությունը:

288. p հավանականությամբ յուրաքանչյուր վայրկյան անկախ ժամանակի մյուս պահերից ճանապարհով անցնում է ավտոմեքենա: Հետիոտնին ճանապարհը անցնելու համար անհրաժեշտ է 3 վայրկյան: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ ճանապարհին մոտեցող հետիոտնը անցումը կատարելու համար ստիպված կլինի սպասել՝ ա) 3 վրկ., բ) 4 վրկ., գ) 5 վրկ.:

289. Բեռնուլիի սխեմայում p-ն «1» ելքի հավանականությունն է, $q = 1-p$-ն՝ «0» ելքի հավանականությունը: Գտնել 00 (երկու հաջորդական զրո) շղթայի ավելի շուտ քան 01 շղթան իրականանալու հավանականությունը: Հաշվել այդ հավանականությունը այն մասնավոր դեպքում, երբ $p = \frac{1}{2}$:

290. 289-րդ խնդրի պայմաններում գտնել 00 (երկու հաջորդական զրո) շղթայի ավելի շուտ քան 10 շղթան իրականանալու հավանականությունը: Հաշվել այդ հավանականությունը $p = \frac{1}{2}$ դեպքում:

291. Դիտարկենք անկախ փորձերի հաջորդականություն, որտեղ յուրաքանչյուր փորձը զառի նետումն է: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ «6»-ի երեք հաջորդական իրականացումը տեղի կունենա ավելի շուտ, քան «1»-ի երկու հաջորդական իրականացումը:

292. Դիտարկենք անկախ փորձերի հաջորդականությունը, որոնցից յուրաքանչյուրում որևէ պատահույթ («հաջողություն») տեղի է ունենում p հավանականությամբ, իսկ հակադիր պատահույթը՝ («անհաջողություն») $q = 1-p$ հավանականությամբ: Ի՞նչ հավանականությամբ a հաջորդական «հաջողությունները» կիրականանան b հաջորդական «անհաջողություններից» ավելի շուտ:

293. $S = \{1, 2, \ldots, N\}$ բազմությունից պատահականորեն և միմյանցից անկախ վերցվում են երկու A_1 և A_2 ենթաբազմություններ

այնպես, որ S-ին պատկանող տարրը անկախ մյուս տարրերից p հավանականությամբ մտնում է A_i բազմության մեջ և $q = 1-p$ հավանականությամբ մնում է այդ բազմությունից դուրս: Ինչի՞ է հավասար $A_1 \cap A_2 = \varnothing$ պատահույթի հավանականությունը:

294. $S = \{1, 2, \ldots, N\}$ բազմությունից ենթաբազմությունների ընտրության նույն սխեմայով, որը բերված է խնդիր 293-ում, իրարից անկախ ընտրվում են $A_1, A_2, \ldots, A_r$, $r \geq 2$ ենթաբազմություններ: Գտնել ընտրված ենթաբազմությունների զույգ առ զույգ չհատվելու հավանականությունը:

295. Դիցուք P-ն և P'-ը n և $n+1$ անկախ փորձերում համապատասխանաբար A պատահույթի երևալու ամենահավանական թվի հավանականություններն են (յուրաքանչյուր փորձում $P(A) = p$): Ապացուցել, որ $P' \leq P$, ընդ որում, եթե $(n+1) \cdot p$-ն ամբողջ թիվ չէ, ապա հավասարության նշանը բացառվում է:

296. Կապի գծով հաղորդում են 100 նշան: Հաղորդման ընթացքում յուրաքանչյուր նշան կարող է աղավաղվել անկախ մյուսներից 0,005 հավանականությամբ: Գտնել երեքից ոչ ավել նշանների աղավաղված լինելու հավանականության մոտավոր արժեքը:

297. 130 կանալ ունեցող կապի գիծը միացնում է A կետը 1000 աբոնենտ ունեցող B կետի հետ: Աբոնենտներից յուրաքանչյուրը օգտըվում է հեռախոսից միջինը ժամում 6 րոպե: Գտնել աբոնենտների անխափան սպասարկման հավանականությունը:

298. 2100 անկախ փորձերից յուրաքանչյուրում պատահույթի երևալու հավանականությունը հավասար է 0,7-ի: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ պատահույթը կերևա ա) ոչ պակաս քան 1470 և ոչ ավելի քան 1500 անգամ, բ) ոչ պակաս քան 1470 անգամ, գ) 1469-ից ոչ ավելի անգամ:

299. Անկախ փորձերից յուրաքանչյուրում պատահույթի երևալու հավանականությունը հավասար է 0,8-ի: Քանի՞ անգամ պետք է կրկնել

փորձը, որպեսզի 0,9 հավանականությամբ հնարավոր լինի պնդել, որ պապահույթը կերևա ոչ պակաս, քան 75 անգամ:

300. Թռիչքի մեկ ժամվա ընթացքում ասուպի հետ փիեզերանավի բախման հավանականությունը հավասար է 0,001-ի: Գտնել թռիչքի երեք ամսվա ընթացքում (հունիսի 1-ից մինչև օգոստոսի 31-ը) այդպիսի ասուպի հետ բախումների թվի վստահելի սահմանները, եթե գործնականապես վստահության հավանականությունը փվյալ դեպքում հավասար է 0,995-ի:

301. 1000 տեղանոց թատրոնը ունի երկու տարբեր մուտքեր: Յուրաքանչյուր մուտքի մոտ կա հանդերձարան: Քանի՞ տեղ է անհրաժեշտ յուրաքանչյուր հանդերձարանում, որպեսզի միջինում 100-ից 99 դեպքում բոլոր հանդիսատեսները կարողանան օգտվել այն մուտքի հանդերձարանի ծառայությունից, որտեղից ներս են մտել:

302. Գտնել այնպիսի $\varepsilon > 0$ թիվ, որի դեպքում 0,99 հավանականությամբ պապահույթի հարաբերական հաճախականության և դրա երևալու հավանականության շեղման բացարձակ արժեքը չգերազանցի ε-ին:

303. Ավանում կա 2800 բնակիչ: Նրանցից յուրաքանչյուրը ամսական մոտ 6 անգամ գնացքով մեկնում է քաղաք, ուղևորության օրերը մեկը մյուսից անկախ ընտրելով պատահականորեն: Գտնել գնացքի այն փոքրագույն տարողությունը, որի դեպքում այն ամբողջությամբ կլցվի միջին հաշվով 100 օրում ոչ ավելի, քան մեկ անգամ (գնացքը գնում է օրական մեկ անգամ):

Պատահական մեծություն և բաշխման ֆունկցիա

Դիցուք տրված է $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ հավանականային տարածությունը: Ω-ի վրա որոշված և իրական արժեքներ ընդունող չափելի $\xi = \xi(\omega)$ ֆունկ– ցիան անվանում են պատահական մեծություն: Այսինքն՝

$$\xi : \Omega \to R^1, \;\; \xi^{-1}(B) = \{\omega : \xi(\omega) \in B\} \in \mathcal{F},$$

$\forall B \in \mathcal{B}(R^1)$: $P\{\omega : \xi(\omega) \in B\}$ հավանականությունը, որպես ֆունկ– ցիա B-ից, $B \in \mathcal{B}(R^1)$, կոչվում է ξ պատահական մեծության հավա– նականությունների բաշխում կամ ξ պատահական մեծության բաշխում և նշանակվում է $\mathcal{P}_\xi(B)$-ով՝

$$\mathcal{P}_\xi(B) = P(\omega : \xi(\omega) \in B\}, \quad B \in \mathcal{B}(R^1) :$$

Մասնավոր դեպքում, երբ $B = (-\infty, x)$, $P(\omega : \xi(\omega) \in (-\infty, x)) = P(\omega : \xi(\omega) < x)$ հավանականությունը, որպես ֆունկցիա x-ից, $x \in R^1$, անվանում են ξ պատահական մեծության բաշխման ֆունկցիա և նշանակում են $F_\xi(x)$-ով՝

$$F_\xi(x) = P(\omega : \xi(\omega) < x) = P(\xi < x) :$$

Բաշխման ֆունկցիան օժտված է հետևյալ հատկություններով՝

1. $F_\xi(x_1) \le F_\xi(x_2)$, երբ $x_1 < x_2$,
2. $\lim\limits_{x \to -\infty} F_\xi(x) = F_\xi(-\infty) = 0$, $\lim\limits_{x \to +\infty} F_\xi(x) = F_\xi(+\infty) = 1$,
3. $F_\xi(x - 0) = F_\xi(x)$:

Նշենք նաև $F_\xi(x)$-ի մյուս կարևոր հատկությունները, որոնք բխում են 1.-3. հիմնական հատկություններից՝

ա) $0 \le F_\xi(x) \le 1$,

բ) $P(a \le \xi < b) = F_\xi(b) - F_\xi(a)$

գ) $P(\xi = x) = F_\xi(x + 0) - F_\xi(x)$,

դ) $F_\xi(x)$-ը կարող է ունենալ ոչ ավելի քան հաշվելի թվով խզման կետեր:

1.-3. պայմաններին բավարարող ցանկացած $F(x)$, $x \in R^1$ ֆունկ– ցիա հանդիսանում է որևէ ξ պատահական մեծության բաշխման ֆունկ– ցիա՝ $F_\xi(x) = F(x)$:

ξ պատահական մեծությունն ունի դիսկրետ բաշխում, եթե այն ընդու– նում է վերջավոր կամ հաշվելի թվով արժեքներ՝ $x_1, x_2, ..., x_k, ..$ համա– պատասխանաբար $p_k = P(\xi = x_k)$, $k = 1, 2, ..$, հավանականություն– ներով, $\sum\limits_k p_k = 1$: Դիսկրետ ξ պատահական մեծությունը բնութագրվում է հետևյալ աղյուսակով՝

ξ	x_1	x_2	$\dots$	x_k	$\dots$
P	p_1	p_2	$\dots$	p_k	$\dots$

$p_k \geq 0, \quad k = 1, 2, ..., \ \sum\limits_k p_k = 1,$

որը կոչվում է ξ-ի բաշխման օրենք:

Այս դեպքում $F_\xi(x)$-ը աստիճանաձև է, նրա խզման կետերն են $x_1, x_2, ..., x_k, ...$, իսկ յուրաքանչյուր x_k, $k = 1, 2, ...$, խզման կետում խզման մեծությունը հավասար է

$$F_\xi(x_k + 0) - F_\xi(x_k) = p_k :$$

Դիսկրետ ξ պատահական մեծության բաշխման ֆունկցիան ունի հե– տևյալ տեսքը՝

$$F_\xi(x) = \sum_{k: x_k < x} p_k :$$

ξ պատահական մեծությունն ունի բացարձակ անընդհատ բաշխում, եթե գոյություն ունի ոչ բացասական բորելյան $f_\xi(x)$ ֆունկցիա այն– պիսին, որ ցանկացած բորելյան $B \in \mathcal{B}(R^1)$ բազմության համար

$$P_\xi(B) = P(\xi \in B) = \int\limits_B f_\xi(x)dx,$$

որտեղ $\int\limits_{R^1} f_\xi(x)\,dx = 1$: $f_\xi(x)$-ը անվանում են ξ պատահական մեծութ– յան խտության ֆունկցիա կամ ξ պատահական մեծության խտություն:

Մասնավոր դեպքում, երբ $B = (-\infty, x)$՝

$$F_\xi(x) = \int\limits_{-\infty}^{x} f_\xi(u)du,$$

որտեղ $\int\limits_{-\infty}^{\infty} f_\xi(x)\,dx = 1$:

Ցանկացած $f(x)$, $x \in R^1$, ֆունկցիա, որն օժտված է հետևյալ հատկություններով՝

1. $f(x) \geq 0$,
2. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} f_\xi(x)\,dx = 1$

հանդիսանում է որևէ ξ պատահական մեծության խտություն՝ $f_\xi(x) = f(x)$: Բերենք մի քանի հայտնի բաշխումների օրինակներ:

Դիսկրետ բաշխումներ

1. Բինոմական բաշխում p, n պարամետրերով (n-ը բնական թիվ է, $0 \leq p \leq 1$)՝

$$P(\xi = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, \quad k = 0, 1, 2, ..., n :$$

2. Պուասոնի բաշխում $\lambda > 0$ պարամետրով ($\xi \sim \Pi(\lambda)$)՝

$$P(\xi = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \quad k = 0, 1, 2, ...$$

3. Երկրաչափական բաշխում p պարամետրով ($0 \leq p \leq 1$)՝

$$P(\xi = k) = (1-p)^{k-1} \cdot p, \quad k = 1, 2, ...$$

4. Հիպերերկրաչափական բաշխում n, M, N պարամետրերով (n-ը, M-ը, N-ը բնական թվեր են)՝

$$P(\xi = k) = \frac{C_M^k C_{N-M}^{n-k}}{C_N^n}, \quad k = \max(0, n-N+M), ..., \min(M, n) :$$

Բացարձակ անընդհատ բաշխումներ

1. Հավասարաչափ բաշխում $[a, b]$ միջակայքում՝

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a < x \leq b \\ 1, & x > b \end{cases}, \quad f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & x \in (a, b) \\ 0, & x \notin (a, b) \end{cases}$$

2. Ցուցչային բաշխում $\lambda > 0$ պարամետրով՝

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}, \quad f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 : \end{cases}$$

3. Նորմալ (Գաուսի) բաշխում (a, σ) պարամետրերով՝ $-\infty < a < +\infty$, $\sigma^2 > 0$, $(\xi \sim N(a, \sigma^2))$՝

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right\}, \quad -\infty < x < +\infty :$$

$\xi \sim N(0,1)$ պատահական մեծությունն անվանում են ստանդարտ նորմալ պատահական մեծություն:
4. Կոշիի բաշխում (a, σ) պարամետրերով՝ $-\infty < a < +\infty$, $\sigma > 0$

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\sigma}{\sigma^2 + (x-a)^2}, \quad -\infty < x < \infty :$$

Ստանդարտ Կոշիի բաշխում՝

$$f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}, \quad -\infty < x < \infty :$$

5. Գամմա բաշխում (α, λ) պարամետրերով՝ $\alpha > 0$, $\lambda > 0$, $(\xi \sim \Gamma(\alpha, \lambda))$՝

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\alpha^\lambda}{\Gamma(\lambda)} x^{\lambda-1} e^{-\alpha x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0, \end{cases}$$

որտեղ $\Gamma(\lambda) = \int\limits_0^\infty x^{\lambda-1} e^{-x}\, dx$-ը Էյլերի գամմա ֆունկցիան է, n բնական թվերի համար $\Gamma(n) = (n-1)!$ և $\Gamma(\frac{1}{2}) = \sqrt{\pi}$:

Ա

304. Մետաղադրամը նետվում է երկու անգամ: Կառուցել գերբի հանդես գալու թվի բաշխման օրենքը: Գտնել բաշխման ֆունկցիան և կառուցել դրա գրաֆիկը:

305. Դիցուք 10 մանրակներից 8-ը ստանդարտ են: Պատահականորեն վերցնում են երկու մանրակ: Կազմել վերցված մանրակների մեջ ստանդարտ մանրակների թվի բաշխման օրենքը: Գտնել բաշխման ֆունկցիան և կառուցել դրա գրաֆիկը:

306. Արտադրանքի 10%-ը խոտան է: Պատահականորեն վերցնում են չորս մանրակ: Գտնել դրանց մեջ խոտան մանրակների թվի բաշխման օրենքը:

307. Հինգ սարքերի հուսալիությունը ստուգելու համար կատարում են հաջորդական անկախ փորձարկումներ: Յուրաքանչյուր հաջորդ սարքը ստուգման է ենթարկվում միայն այն դեպքում, երբ նախորդը հուսալի է: Կազմել ստուգված սարքերի թվի բաշխման օրենքը, եթե փորձարկումը անցնելու հավանականությունը դրանցից յուրաքանչյուրի համար հավասար է 0,9-ի:

308. Մետաղադրամը նետում են մինչև զերբի առաջին անգամ երևալը: Դիցուք ξ-ն նետումների թիվն է: Կազմել ξ պատահական մեծության բաշխման օրենքը, գտնել $P(\xi > 1)$ հավանականությունը:

309. Հրաձգի մեկ կրակոցով թիրախին դիպչելու հավանականությունը հավասար է 0,8-ի: Հրաձիգը կրակում է մինչև առաջին վրիպումը: Կազմել կրակոցների թվի բաշխման օրենքը:

310. Երկու բասկետբոլիստ հաջորդաբար նետում են գնդակը դեպի զամբյուղ մինչև առաջին հաջողությունը: Կառուցել նետումների թվի բաշխման օրենքը յուրաքանչյուր բասկետբոլիստի համար, եթե հաջողության հավանականությունը առաջին բասկետբոլիստի համար հավասար է 0,4-ի, իսկ երկրորդի համար՝ 0,6-ի:

311. Դիցուք $F(x)$-ը անընդհատ բաշխման ֆունկցիա է: Ապացուցել, որ

$$\int_{-\infty}^{\infty} F(x)dF(x) = \frac{1}{2}:$$

312. Ապացուցել, որ ցանկացած անընդհատ $F(x)$ բաշխման ֆունկ– ցիայի համար և ցանկացած բնական n և k թվերի համար տեղի ունի հետևյալ առնչությունը՝

$$\int_{-\infty}^{\infty} F^k(x)dF^n(x) = \frac{n}{n+k} :$$

313. ξ պատահական մեծության բաշխման ֆունկցիան հավասար է

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ x^2, & 0 < x \leq 1, \\ 1, & x > 1 : \end{cases}$$

Գտնել չորս անկախ փորձերից երեքում ξ պատահական մեծության ընդունած արժեքների $[0,25; 0,75]$ միջակայքում գտնվելու հավանա– կանությունը:

314. Տրված է ինչ-որ պատահական մեծության բաշխման ֆունկ– ցիան

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1/2, & 0 < x \leq 1 \\ 3/5, & 1 < x \leq 2 \\ 4/5, & 2 < x \leq 3 \\ 9/10, & 3 < x \leq 3,5 \\ 1, & x > 3,5 : \end{cases}$$

Գտնել այդ պատահական մեծության բաշխման աղյուսակը:

315. Դիցուք տրված է ξ պատահական մեծության խտության ֆունկ– ցիան

$$f(x) = \begin{cases} c(1-x^2), & -1 < x < 1 \\ 0, & \text{մնացած դեպքերում:} \end{cases}$$

ա) Գտնել c գործակիցը:

բ) Գտնել $F(x)$ բաշխման ֆունկցիան:

316. Հնարավո՞ր է արդյոք ընտրել c հաստատունն այնպես, որ cx^{-3} ֆունկցիան իրենից ներկայացնի հավանականությունների բաշխման խտություն հետևյալ բազմությունների վրա՝ ա) $[1, \infty)$ ճառագայթի բ) $[0, \infty)$ ճառագայթի, գ) $[-2, -1]$ հատվածի վրա:

317. ξ պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման խտությունն է՝
$$f(x) = \frac{a}{1+x^2}\ :$$
Գտնել ա) a գործակիցը, բ) $F(x)$ բաշխման ֆունկցիան, գ) $P(-1 \leq \xi < 1)$ հավանականությունը:

318. ξ պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման խտությունն է՝
$$f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}\ :$$
Հաշվել ա) $P(\xi \geq 1)$, բ) $P(|\xi| \geq 1)$:

319. ξ պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման խտությունն է՝
$$f(x) = \frac{a}{e^{-x}+e^{x}}\ :$$
Գտնել a գործակիցը և երկու անկախ փորձերում ξ պատահական մեծության մեկից փոքր արժեք ընդունելու հավանականությունը:

320. ξ պատահական մեծությունը բաշխված է «ուղղանկյուն եռանկյան օրենքով» $[0, a]$ միջակայքում՝
$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin (0, a) \\ c\left(1-\frac{x}{a}\right), & x \in (0, a)\ : \end{cases}$$
Գտնել ա) c հաստատունը, բ) $F(x)$ բաշխման ֆունկցիան, գ) $P(a/2 \leq \xi \leq a)$ հավանականությունը:

321. ξ պատահական մեծությունը բաշխված է Սիմպսոնի օրենքով՝ «հավասարասրուն եռանկյան օրենքով» $[-a,a]$ միջակայքում՝

$$f(x)=\begin{cases} c\left(1+\frac{x}{a}\right), & x\in(-a,0)\\ c\left(1-\frac{x}{a}\right), & x\in(0,a)\\ 0, & x\notin(-a,a),\end{cases}$$

Գտնել ա) c հաստատունը, բ) $F(x)$ բաշխման ֆունկցիան, գ) $P(a/2\leq \xi<a)$ հավանականությունը:

322. ξ պատահական մեծությունն ընդունում է ոչ բացասական ամբողջ արժեքներ: Ապացուցել հետևյալ պնդումների համարժեքությունը՝ ա) ξ-ն ունի հավանականությունների երկրաչափական բաշխում, բ) $P(\xi=n+k/\xi\geq k)=P(\xi=n)$, $k=0,1,2,...$, $n=0,1,2,...$:

323. ξ պատահական մեծությունն ունի $\lambda=1/3$ պարամետրով հավանականությունների ցուցչային բաշխում: Գտնել ա) $P(\xi>3)$, բ) $P(\xi>6/\xi>3)$ գ) $P(\xi>t+3/\xi>t)$, որտեղ $t>0$ իրական թիվ է:

324. Դիցուք ξ-ն ցուցչային բաշխում ունեցող պատահական մեծություն է, իսկ $t>0$ իրական թիվ է: Գտնել $(\xi-t)$-ի բաշխման ֆունկցիան $\xi\geq t$ պայմանի դեպքում:

325. Դիսկրետ ξ պատահական մեծությունն ունի հետևյալ բաշխման օրենքը՝

ξ	-2	-1	0	1	2
P	0,1	0,2	0,3	0,3	0,1

Գտնել ա) $\eta_1=\xi^2+1$, բ) $\eta_2=|\xi|$ պատահական մեծությունների բաշխման օրենքները:

326. ξ պատահական մեծության $F(x)$ բաշխման ֆունկցիան անընդհատ է 0 կետում: Ինչպե՞ս է բաշխված

$$\eta=\begin{cases}\frac{\xi}{|\xi|}, & \text{եթե}\quad \xi\neq 0\\ 1, & \text{եթե}\quad \xi=0\end{cases}$$

պատահական մեծությունը:

327. ξ պատահական մեծությունը հավասարաչափ է բաշխված $[0, 1]$ միջակայքում: Գտնել ա) $\eta = \xi^2$, բ) $\eta = 1/\xi$, գ) $\eta = e^\xi$ պատահական մեծությունների հավանականությունների բաշխման խտությունները:

328. ξ պատահական մեծությունը հավասարաչափ է բաշխված $[0, 1]$ միջակայքում: Գտնել ա) $\eta = \ln \xi^{-1}$, բ) $\eta = \ln(\frac{\xi}{1-\xi})$, գ) $\eta = -\frac{1}{\lambda}\ln(1-\xi)$ (որտեղ $\lambda > 0$) պատահական մեծությունների հավանականությունների բաշխման խտությունները:

329. ξ պատահական մեծությունը հավասարաչափ է բաշխված $[-\pi/2, \pi/2]$ միջակայքում: Գտնել ա) $\eta = \sin \xi$, բ) $\eta = |\sin \xi|$ պատահական մեծությունների հավանականությունների բաշխման խտությունները:

330. ξ պատահական մեծությունը հավասարաչափ է բաշխված $[-1, 1]$ միջակայքում: Գտնել $\eta = |\xi|$ պատահական մեծության բաշխման ֆունկ–ցիան:

331. ξ պատահական մեծությունը հավասարաչափ է բաշխված $[0, 2]$ միջակայքում: Գտնել $\eta = |\xi - 1|$ պատահական մեծության բաշխման ֆունկցիան:

332. ξ պատահական մեծությունն ունի ստանդարտ Կոշիի բաշխում՝

$$f(x) = \frac{1}{\pi(1 + x^2)}, \quad (-\infty < x < +\infty)$$

խտության ֆունկցիայով: Գտնել $\eta = 1/\xi$ պատահական մեծության խտությունը:

333. l երկարություն ունեցող ձողը պատահական կետով բաժանված է երկու մասի: Գտնել այն ուղղանկյան մակերեսի բաշխման ֆունկցիան, որի համար կողմեր են հանդիսանում ձողից ստացված մասերը:

334. $[0, a]$ միջակայքի վրա պատահականորեն նշում են երկու կետ՝ այսինքն, այդ կետերի աբսցիսները հավասարաչափ են բաշխված $[0, a]$

միջակայքում: Գտնել այդ կետերի միջև եղած հեռավորության բաշխման ֆունկցիան և հավանականությունների բաշխման խտությունը:

335. $[0, a]$ միջակայքի վրա պատահականորեն նշում են n կետ: Գտնել ձախից k-րդ կետի աբսցիսի հավանականությունների բաշխման խտությունը:

336. $(0, a)$ կետից OY առանցքին φ անկյան տակ տարված է ուղիղ գիծ: Գտնել այդ ուղղի OX առանցքի հետ հատման կետի աբսցիսի բաշխման ֆունկցիան և բաշխման խտությունը, եթե φ անկյունը հավասարաչափ է բաշխված ա) $[0, \pi/2]$ միջակայքում, բ) $[-\pi/2, \pi/2]$ միջակայքում:

337. Օրդինատների առանցքի (0, 0) և $(0, R)$ կետերի միջև պատահականորեն նշված է մի կետ: Այդ կետով OY առանցքին ուղղահայաց տարված է $x^2 + y^2 = R^2$ շրջանագծի լար: Գտնել լարի երկարության հավանականությունների բաշխման խտությունը:

338. R շառավղով և $(0, 0)$ կենտրոնով շրջանագծի վրա պատահականորեն նշում են մի կետ, այդ կետի բևեռային անկյունը հավասարաչափ է բաշխված $[-\pi, \pi]$-ում: Գտնել նշված կետի աբսցիսի հավանականությունների բաշխման խտությունը:

339. Դիցուք ξ պատահական մեծության բաշխման ֆունկցիան հավասար է՝

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ x/4, & 0 < x \le 1 \\ \frac{1}{2} + \frac{x-1}{4}, & 1 < x \le 2 \\ 11/12, & 2 < x \le 3 \\ 1, & x > 3. \end{cases}$$

Գտնել $P(\xi = i)$, $i = 1, 2, 3$ և $P(1/2 \le \xi < 3/2)$:

340. Ավտոբուսները, որոնց աշխատանքային ժամը սկսվում է առավոտյան ժամը 7-ին, կանգառին են մոտենում 15 րոպե ընդմիջումով:

Այսինքն նրանք շարժվում են ժամը 7-ին, 7:15, 7:30, 7:45 և այլն: Ենթադրելով կանգառին մոտենալու պահի հավասարաչափ բաշխվածությունը ժամը 7-ից 7:30 միջակայքում, հաշվել հավանականությունը, որ նա կսպասի ա) ոչ ավելի քան 5 րոպե, բ) 10 րոպեից ավելի:

341. Դիցուք ξ պատահական մեծությունը հավասարաչափ է բաշխված $(0, 10)$ միջակայքում: Հաշվել $\xi < 3$, $\xi > 6$, $3 < \xi < 8$ պատահույթների հավանականությունը:

342. Դիցուք ξ-ն $a = 3$, $\sigma^2 = 9$ պարամետրերով նորմալ բաշխված պատահական մեծություն է: Հաշվել $P(|\xi - 3| > 6)$:

343. Դիցուք ξ-ն $a = 10$, $\sigma^2 = 36$ պարամետրերով նորմալ բաշխված պատահական մեծություն է : Հաշվել ա) $P(\xi > 5)$; բ) $P(4 < \xi < 16)$; գ) $P(\xi < 8)$; դ) $P(\xi < 20)$; ե) $P(\xi > 16)$:

Բ

344. Դիցուք ξ-ն և η-ն միևնույն $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ հավանականային տարածության վրա որոշված պատահական մեծություններ են: Ապացուցել, որ $A = \{\omega : \xi(\omega) < \eta(\omega)\}$-ն, $B = \{\omega : \xi(\omega) = \eta(\omega)\}$-ն, $C = \{\omega : \xi(\omega) \leq \eta(\omega)\}$-ն պատահույթներ են:

345. ξ և η պատահական մեծությունները որոշված են միևնույն $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ հավանականային տարածության վրա: Ապացուցել, որ ա) $\xi + \eta$, բ) $\xi - \eta$, գ) $\xi \cdot \eta$, դ) $\max(\xi, \eta)$, ե) $\min(\xi, \eta)$ պատահական մեծություններ են:

346. Դիցուք $\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n, ...$ պատահական մեծությունները որոշված են միևնույն $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ հավանականային տարածության վրա: Ապացուցել, որ

$$\inf_n \xi_n, \quad \sup_n \xi_n, \quad \underline{\lim}_{n\to\infty} \xi_n, \quad \overline{\lim}_{n\to\infty} \xi_n$$

պատահական մեծություններ են:

347. Դիցուք ξ-ն պատահական մեծություն է, իսկ $f(x)$-ը բորելյան ֆունկցիա է: Ապացուցել, որ $\eta = f(\xi)$-ն պատահական մեծություն է:

348. Կատարված փորձերի ξ թիվը Պուասոնի բաշխում ունեցող պատահական մեծություն է՝

$$P(\xi = k) = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}, \quad k = 0, 1, 2, ... :$$

Յուրաքանչյուր փորձ p հավանականությամբ կարող է լինել հաջող և $(1-p)$ հավանականությամբ՝ անհաջող: Կառուցել հաջող փորձերի թվի բաշխման օրենքը:

349. Դիցուք $F(x)$-ը բաշխման ֆունկցիա է: Ապացուցել, որ

$$G_1(x) = \frac{1}{h}\int_x^{x+h} F(u)du, \quad G_2(x) = \frac{1}{2h}\int_{x-h}^{x+h} F(u)du$$

ֆունկցիաները ցանկացած $h > 0$ դեպքում հանդիսանում են բաշխման ֆունկցիաներ:

350. Դիցուք $F(x)$-ը բաշխման ֆունկցիա է, ընդ որում $F(0) = 0$: Ապացուցել, որ

$$G(x) = \begin{cases} F(x) - F(\frac{1}{x}), & x \geq 1 \\ 0, & x < 1 \end{cases}$$

ֆունկցիան հանդիսանում է բաշխման ֆունկցիա:

351. Ապացուցել, որ եթե բաշխման ֆունկցիան անընդհատ է ուղղի յուրաքանչյուր կետում, ապա այն հավասարաչափ անընդհատ է ամբողջ ուղղի վրա:

352. Ապացուցել, որ ցանկացած բաշխման ֆունկցիա կարող է ունե– նալ ոչ ավելի, քան հաշվելի թվով խզման կետեր:

353. Կարո՞ղ է արդյոք բաշխման ֆունկցիայի խզման կետերի բազմությունը լինել ամենուրեք խիտ ուղղի վրա:

354. Դիցուք $F(x)$-ը ξ պատահական մեծության բաշխման ֆունկցիան է: Գտնել $\frac{1}{2}(\xi + |\xi|)$ պատահական մեծության բաշխման ֆունկցիան:

355. Դիցուք $F(x)$-ը ξ պատահական մեծության բաշխման ֆունկցիան է: Գտնել $\eta = a\xi + b$ պատահական մեծության բաշխման ֆունկցիան:

356. Դիցուք ξ պատահական մեծության $F(x)$ բաշխման ֆունկցիան անընդհատ է: Գտնել $\eta = F(\xi)$ պատահական մեծության բաշխման ֆունկցիան:

357. Շրջանի շառավիղը չափված է մոտավորապես: Գտնել շրջանի մակերեսի բաշխման ֆունկցիան, համարելով շառավիղը հավասարաչափ բաշխված $[a, b]$ միջակայքում:

358. Ապացուցել, որ նորմալ բաշխում ունեցող պատահական մեծությունից գծային ֆունկցիան ևս նորմալ է:

359. ξ պատահական մեծությունն ունի նորմալ բաշխում (a, σ^2) պարամետրերով: Գտնել $sign\xi$ պատահական մեծության բաշխման ֆունկցիան:

360. Դիցուք $\xi \sim N(0, 1)$ ստանդարտ նորմալ պատահական մեծություն է: Գտնել $\eta = \xi^2$ պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման խտությունը:

361. ξ պատահական մեծությունն ունի նորմալ բաշխում (a, σ^2) պարամետրերով: Գտնել ա) $\eta = \xi^2$, բ) $\eta = \xi^3$ պատահական մեծությունների հավանականությունների բաշխման խտությունները:

362. ξ պատահական մեծությունն ունի ցուցչային բաշխում $\lambda = 1$ պարամետրով: Գտնել $\eta = e^{-\xi}$ պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման խտությունը:

363. Դիցուք ξ պատահական մեծության հավանականությունների $f(x)$ բաշխման խտությունն է՝

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\notin(-1,1)\\ \frac{c}{2}(x+1), & x\in(-1,1)\ :\end{cases}$$

Գտնել c հաստատունը և $\eta=1-\xi^2$ պատահական մեծության հավա–նականությունների բաշխման խտությունը:

Բազմաչափ պատահական մեծություն և բաշխման ֆունկցիա

Միևնույն $(\Omega,\mathcal{F},P)$ հավանականային տարածության վրա որոշված $\xi_1(\omega),\xi_2(\omega),\ldots,\xi_n(\omega)$ պատահական մեծությունների $\xi(\omega)=(\xi_1(\omega),$ $\xi_2(\omega),\ \ldots,\ \xi_n(\omega)\big)$ համախմբությունը կոչվում է n չափանի պատահա–կան մեծություն կամ պատահական վեկտոր:

$\mathcal{P}_\xi(B)=P(\omega:\xi(\omega)\in B)=P\big(\omega:\big(\xi_1(\omega),\xi_2(\omega),\ldots,\xi_n(\omega)\big)\in B\big)-$ ն

$B\in\mathcal{B}(R^n)$, անվանում են $\xi=(\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n)$ պատահական վեկտորի բաշխում:

Մասնավոր դեպքում, երբ $B=(-\infty,x_1)\times(-\infty,x_2)\times\ldots\times(-\infty,x_n)$

$F_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n}(x_1,x_2,\ldots,x_n)=P(\omega:\xi_1(\omega)<x_1,\xi_2(\omega)<x_2,\ldots,$

$\xi_n(\omega)<x_n)=P(\xi_1<x_1,\xi_2<x_2,\ldots,\xi_n<x_n)$-ը $x_k\in R,$ $k=1,2,\ldots,n,$ անվանում են $\xi=(\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n)$ պատահական վեկ–տորի բաշխման ֆունկցիա կամ $\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n$ պատահական մեծություն–ների համատեղ բաշխման ֆունկցիա:

Բազմաչափ բաշխման ֆունկցիան օժտված է հետևյալ հատկու–թյուններով՝

1. $F_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_{k-1},\xi_k,\xi_{k+1},\ldots,\xi_n}(x_1,x_2,\ldots,x_{k-1},x_k,x_{k+1},\ldots,x_n)\le$
$\le F_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_{k-1},\xi_k,\xi_{k+1},\ldots,\xi_n}(x_1,x_2,\ldots,x_{k-1},x'_k,x_{k+1},\ldots,x_n),$
երբ $x_k<x'_k, k=1,2,\ldots,n$:

2. $\lim F_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n}(x_1,x_2,\ldots,x_n)=0,$ երբ x_i-ից գոնե մեկը ձգտում է $-\infty$ և

$$\lim_{\substack{x_1\to+\infty\\ x_2\to+\infty\\ \cdots\\ x_n\to+\infty}}F_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n}(x_1,x_2,\ldots,x_n)=1\ :$$

3. $F_{\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_{k-1},\xi_k,\xi_{k+1},\dots,\xi_n}(x_1, x_2, \dots, x_{k-1}, x_k - 0, x_{k+1}, \dots, x_n) =$
$= F_{\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_{k-1},\xi_k,\xi_{k+1},\dots,\xi_n}(x_1, x_2, \dots, x_{k-1}, x_k, x_{k+1}, \dots, x_n),$
$k = 1, 2, \dots, n$:
4. Ցանկացած $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$-ի և $b = (b_1, b_2, \dots, b_n)$-ի համար՝ $a_k \leq b_k$, $k = 1, 2, \dots, n$

$$\triangle_{a_1 b_1} \dots \triangle_{a_n b_n} F_{\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0,$$

որտեղ
$\triangle_{a_k b_k} F_{\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_{k-1},\xi_k,\xi_{k+1},\dots,\xi_n}(x_1, x_2, \dots, x_{k-1}, x_k, x_{k+1}, \dots, x_n) =$
$= F_{\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_{k-1},\xi_k,\xi_{k+1},\dots,\xi_n}(x_1, x_2, \dots, x_{k-1}, b_k, x_{k+1}, \dots, x_n) -$
$- F_{\xi_1;\xi_2;\dots;\xi_{k-1};\xi_k;\xi_{k+1};\dots;\xi_n}(x_1, x_2, \dots, x_{k-1}, a_k, x_{k+1}, \dots, x_n)$
կոչվում է պարբերական օպերատոր:

Նշենք նաև $F_{\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_n}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ֆունկցիայի մյուս կարևոր հատկությունները՝
ա) $F_{\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_i,\dots,\xi_j,\dots,\xi_n}(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_j, \dots, x_n) =$
$= F_{\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_j,\dots,\xi_i,\dots,\xi_n}(x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_i, \dots, x_n)$ (համաչափության հատկություն)
բ) $F_{\xi_1,\dots,\xi_{n-1},\xi_n}(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, +\infty) = F_{\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_{n-1}}(x_1, x_2, \dots, x_{n-1})$ (համաձայնեցվածության հատկություն):

1 - 4 պայմաններին բավարարող ցանկացած $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ֆունկցիա, $x_k \in R$, $k = 1, 2, \dots, n$ հանդիսանում է որևէ $\xi = (\xi_1$, ξ_2, ..., $\xi_n)$ պատահական վեկտորի բաշխման ֆունկցիա՝

$$F_{\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) = F(x_1, x_2, \dots, x_n) :$$

$\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$ պատահական վեկտորը դիսկրետ է, եթե յուրաքանչյուր ξ_k-ն, $k = 1, 2, \dots, n$ դիսկրետ պատահական մեծություն է:

Եթե $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$-ն դիսկրետ է, ապա ցանկացած $B \in \mathcal{B}(R^n)$ համար

$$\mathcal{P}_\xi(B) = P(\xi \in B) = \sum_{\substack{i_1, i_2, \dots, i_n : \\ (k_{i_1}, k_{i_2}, \dots, k_{i_n}) \in B}} p_{i_1, i_2, \dots, i_n},$$

որտեղ

$$p_{i_1, i_2, \dots, i_n} = P(\xi_1 = k_{i_1}, \xi_2 = k_{i_2}, \dots, \xi_n = k_{i_n}),$$

իսկ k_{i_j}-ն ξ_j, $j = 1, ..., n$ պատահական մեծության հնարավոր արժեք– ներից մեկն է:

$\xi = (\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)$ պատահական վեկտորը բացարձակ անընդհատ է, եթե գոյություն ունի ոչ բացասական բորելյան $f_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n}(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ ֆունկցիա այնպիսին, որ ցանկացած $B \in \mathcal{B}(R^n)$ համար

$$\mathcal{P}_\xi(B) = P(\xi \in B) = \int\limits_B f_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n}(x_1, x_2, \ldots, x_n)\, dx_1 dx_2 \ldots dx_n,$$

այստեղ

$$\int\limits_{R^n} f_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n}(x_1, x_2, \ldots, x_n)\, dx_1 dx_2 \ldots dx_n = 1 :$$

Մասնավոր դեպքում, երբ $B = (-\infty, x_1) \times (-\infty, x_2) \times \ldots \times (-\infty, x_n)$
$F_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n}(x_1, x_2, \ldots, x_n) =$
$\int\limits_{-\infty}^{x_1} \ldots \int\limits_{-\infty}^{x_n} f_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n}(u_1, u_2, \ldots, u_n) du_1 du_2 \ldots du_n,$
այստեղ $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \ldots \int\limits_{-\infty}^{\infty} f_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n}(u_1, u_2, \ldots, u_n) du_1 du_2 \ldots du_n = 1$:

$f_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n}(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ ֆունկցիան կոչվում է n-չափանի $\xi = (\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)$ պատահական մեծության խտություն:

Ցանկացած $f(x_1, x_2, \ldots, x_n), x_k \in R,\ k = 1, 2, \ldots, n$ ֆունկցիա, որը բավարարում է հետևյալ հատկություններին՝
1.$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \geq 0,$
2. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \ldots \int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x_1, x_2, \ldots, x_n)\, dx_1 dx_2 \ldots dx_n = 1$
հանդիսանում է որևէ պատահական վեկտորի խտություն:

Նշենք, որ
$f_{\xi_k}(x_k) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \ldots \int\limits_{-\infty}^{\infty} f_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n}(x_1, x_2, \ldots, x_n)\, dx_1 \ldots dx_{k-1} dx_{k+1} dx_n :$
Բերենք հայտնի բազմաչափ բաշխման օրինակ.

Երկչափ նորմալ (Գաուսի) բաշխում $a_1, a_2, \sigma_1, \sigma_2, r$ ($\sigma_1 > 0, \sigma_2 > 0,$ $|r| < 1$) պարամետրերով՝

$f_{\xi_1,\xi_2}(x_1,x_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-r^2}} \exp\big(-\frac{1}{2(1-r^2)}[\frac{(x_1-a_1)^2}{\sigma_1^2} - \frac{2r(x_1-a_1)(x_2-a_2)}{\sigma_1\sigma_2} + \frac{(x_2-a_2)^2}{\sigma_2^2}]\big)$:

Պատահական մեծությունների անկախություն

$\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ պատահական մեծությունները կոչվում են անկախ, եթե $B_1 \in \mathcal{B}(R)$,$B_2 \in \mathcal{B}(R)$, …, $B_n \in \mathcal{B}(R)$ համար

$$P(\xi_1 \in B_1, \ldots, \xi_n \in B_n) = P(\xi_1 \in B_1)P(\xi_2 \in B_2) \cdots P(\xi_n \in B_n) :$$

$\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ պատահական մեծություններն անկախ են այն և միայն այն դեպքում, երբ

$$F_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n}(x_1, x_2, \ldots, x_n) = F_{\xi_1}(x_1)F_{\xi_2}(x_2) \cdots F_{\xi_n}(x_n) :$$

Դիսկրետ պատահական մեծությունների անկախության համար ան– հրաժեշտ է և բավարար, որպեսզի

$$P(\xi_1 = k_{i_1}, \ldots, \xi_n = k_{i_n}) = P(\xi_1 = k_{i_1})P(\xi_2 = k_{i_2}) \cdots P(\xi_n = k_{i_n}) :$$

Բացարձակ անընդհատ պատահական մեծությունների անկախության համար անհրաժեշտ է և բավարար, որպեսզի

$$f_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n}(x_1, x_2, \ldots, x_n) = f_{\xi_1}(x_1)f_{\xi_2}(x_2) \cdots f_{\xi_n}(x_n),$$

$x_k \in R, \quad k = 1, 2, \ldots, n :$

Պայմանական բաշխումներ

Դիսկրետ դեպք. Եթե ξ-ն և η-ն դիսկրետ պատահական մեծություններ են, ապա ξ պատահական մեծության բաշխում $\eta = y$ պայմանի դեպքում սահմանվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$p_{\xi/\eta}(x, y) = P(\xi = x/\eta = y) = \frac{P(\xi = x, \eta = y)}{P(\eta = y)} = \frac{p(x, y)}{p_\eta(y)},$$

y-ի բոլոր այն արժեքների համար, որտեղ $p_\eta(y) > 0$: ξ պատահական մեծության պայմանական բաշխման ֆունկցիան $\eta = y$ պայմանի դեպքում սահմանվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$F_{\xi/\eta}(x, y) = P(\xi < x/\eta = y) = \sum_{a<x} p_{\xi/\eta}(a/y)$$

y-ի բոլոր այն արժեքների համար, որտեղ $p_\eta(y) > 0$:

Անընդհատ դեպք. Դիցուք ξ և η պատահական մեծություններն ունեն համատեղ $f(x, y)$ խտության ֆունկցիա: ξ պատահական մեծության պայմանական խտություն $\eta = y$ պայմանի դեպքում սահմանվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$f_{\xi/\eta}(x/y) = \frac{f(x, y)}{f_\eta(y)},$$

y-ի բոլոր այն արժեքների համար, որտեղ $f_\eta(y) > 0$: Մասնավորապես,

$$F_{\xi/\eta}(a, y) = \int_{-\infty}^{a} f_{\xi/\eta}(x/y)\, dx :$$

Ա

364. (ξ, η) պատահական վեկտորի բաշխման խտությունը հավասար է

$$f(x, y) = \frac{c}{(16 + x^2)(25 + y^2)} :$$

Գտնել c-ն և $F(x, y)$ բաշխման ֆունկցիան:

365. (ξ, η) պատահական վեկտորի բաշխման ֆունկցիան հավասար է

$$F(x, y) = \begin{cases} 1 - 2^{-x} - 2^{-y} + 2^{-x-y}, & x \geq 0,\, y \geq 0 \\ 0, & \text{մնացած դեպքերում:} \end{cases}$$

1) Գտնել (ξ, η) պատահական կետի $x = 1$, $x = 2$, $y = 3$, $y = 5$ ուղիղներով սահմանափակված ուղղանկյանը պատկանելու հավանականությունը:

2) Գտնել երկչափ բաշխման $f(x, y)$ խտությունը:
3) Գտնել (ξ, η) պատահական կետի $A(1; 3)$, $B(3; 3)$, $C(2; 8)$ գագաթներով եռանկյանը պատկանելու հավանականությունը:

366. (ξ, η) պատահական վեկտորի հավանականությունների բաշխման խտությունը հավասար է

$$f(x, y) = \frac{a}{1 + x^2 + y^2 + x^2 y^2} :$$

Գտնել a գործակիցը: Գտնել ξ և η պատահական մեծությունների մեկ չափանի բաշխման խտությունները: Անկա՞խ են արդյոք ξ-ն և η-ն:

367. (ξ, η) պատահական վեկտորի հավանականությունների բաշխման խտությունը հավասար է

$$f(x, y) = \begin{cases} x e^{-x(1+y)}, & x > 0,\ y > 0 \\ 0, & \text{մնացած դեպքերում:} \end{cases}$$

Հաշվել ա) ξ պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման խտությունը, բ) η պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման խտությունը:

368. (ξ, η) պատահական վեկտորի հավանականությունների բաշխման խտությունը հավասար է

$$f(x, y) = \begin{cases} 24xy(1 - x)^2, & 0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 1 \\ 0, & \text{մնացած դեպքերում:} \end{cases}$$

Ապացուցել, որ ξ-ն և η-ն անկախ են:

369. (ξ, η) պատահական վեկտորի հավանականությունների բաշխման խտությունը հավասար է

$$f(x, y) = \begin{cases} 24x^2 y(1 - x), & 0 < x < 1,\ 0 < y < 1 \\ 0, & \text{մնացած դեպքերում:} \end{cases}$$

Ապացուցել, որ ξ-ն և η-ն անկախ են:

370. Նետում են 2 կանոնավոր զառ: Գտնել ξ և η պատահական մեծությունների համատեղ հավանականությունների բաշխումը, եթե՝

ա) ξ-ն երկու զառերի վրա բացված միավորներից մեծագույնն է, իսկ η-ն երկու զառերի վրա բացված միավորների գումարն է:

բ) ξ-ն առաջին զառի վրա բացված միավորն է, իսկ η-ն երկու զառերի վրա բացված միավորներից մեծագույնն է:

371. Սափորից, որը պարունակում է 5 սպիտակ և 8 կարմիր գնդիկ– ներ, առանց վերադարձման հանում են 2 գնդիկ: Դիցուք ξ_i-ն ընդունում է 1 արժեքը, եթե ընտրված i-րդ գնդիկը սպիտակ է, և 0 արժեքը՝ հակա– ռակ դեպքում: Գտնել ξ_1 և ξ_2-ի համատեղ հավանականության բաշխու– մը:

372. Դիցուք ξ, η և ζ-ն անկախ պատահական մեծություններ են, ընդ որում ζ-ն ընդունում է 1 կամ 0 արժեքներ համապատասխանաբար p և q հավանականություններով, $p+q=1$, ξ-ն և η-ն ունեն համապա– տասխանաբար $F(x)$ և $G(x)$ բաշխման ֆունկցիաներ: Գտնել հետևյալ պատահական մեծությունների բաշխման ֆունկցիաները՝

ա) $\zeta\xi + (1-\zeta)\eta$,

բ) $\zeta\xi + (1-\zeta)\max\{\xi,\eta\}$,

գ) $\zeta\xi + (1-\zeta)\min\{\xi,\eta\}$:

Բ

373. Ապացուցել, որ պատահական մեծությունն անկախ է ինքն իրե– նից այն և միայն այն դեպքում, երբ այն 1 հավանականությամբ հաս– տատուն է:

374. Դիցուք ξ-ն և η-ն միատեսակ բաշխված անկախ պատահական մեծություններ են և $P(\xi>0)=P(\eta>0)\geq 1/2$: Ճիշտ ՞է արդյոք, որ $P(\xi+\eta>0)\geq 1/2$:

375. Դիցուք ξ-ն և η-ն պատահական մեծություններ են, ընդ որում $P(\xi>0)=P(\eta>0)=3/4$ և $P(\xi+\eta>0)=1/2$: Ապացուցել, որ ξ-ն և η-ն անկախ չեն:

376. Դիցուք ξ և η պատահական մեծությունները 1 հավանականությամբ հավասար չեն հաստատունների, ընդ որում $P(\xi < \eta) = 1$: Կարո՞ղ են ξ-ն և η-ն լինել անկախ:

377. Դիցուք ξ, η, ζ պատահական մեծություններն այնպիսին են, որ ξ-ն անկախ է $(\eta + \zeta)$-ից: Անկախ է՞ արդյոք ξ-ն η-ից և ζ-ից:

378. Դիցուք ξ, η, ζ պատահական մեծություններն այնպիսին են, որ ξ-ն անկախ է η-ից և ζ-ից: Անկախ է՞ արդյոք ξ-ն $(\eta + \zeta)$-ից:

379. Գոյություն ունե՞ն արդյոք այնպիսի ξ և η պատահական մեծություններ, որ 1 հավանականությամբ ξ-ն և η-ն հաստատուններ չեն և ա) ξ-ն և $(\xi + \eta)$-ն անկախ են, բ) ξ-ն և $(\xi \cdot \eta)$-ն անկախ են, գ) ξ-ն, $(\xi + \eta)$-ն և $(\xi \cdot \eta)$-ն ըստ համախմբության անկախ են:

380. Դիցուք տրված է հետևյալ հավանականային տարածությունը՝ $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$, $\mathcal{F}$-ը Ω-ի բոլոր ենթաբազմությունների դասն է, $P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = 1/4$: Կառուցել այդ տարածության վրա երկու անկախ պատահական մեծություններ, որոնք 1 հավանականությամբ հավասար չլինեն հաստատունների:

381. Դիցուք ξ-ն և η-ն անկախ պատահական մեծություններ են, $f(x)$-ը և $g(x)$-ը բորելյան ֆունկցիաներ են: Ապացուցել, որ $f(\xi)$-ն և $g(\xi)$-ն նույնպես անկախ են:

382. Դիցուք ξ, η, ζ պատահական մեծություններն ըստ համախմբության անկախ են: Անկախ կլինե՞ն արդյոք ξ և $(\eta + \zeta)$ պատահական մեծությունները: Կփոխվի՞ պատասխանը, եթե ξ, η, ζ լինեն զույգ առ զույգ անկախ:

383. Դիցուք ξ_1 և ξ_2-ը միևնույն երկրաչափական բաշխում ունեցող անկախ պատահական մեծություններ են: Ապացուցել, որ

$$P(\xi_1 = k / \xi_1 + \xi_2 = n) = \frac{1}{n+1}, \quad k = 0, 1, 2, ..., n :$$

384. Դիցուք ξ_1 և ξ_2-ը համապատասխանաբար λ_1 և λ_2 պարամետրերով Պուասոնի բաշխում ունեցող անկախ պատահական մեծություններ են: Ցույց տալ, որ

$$P(\xi_1 = k/\xi_1 + \xi_2 = n) = C_n^k p^k q^{n-k}, \quad k = 0, 1, ..., n,$$

որտեղ $p = \lambda_1/(\lambda_1 + \lambda_2)$, $q = 1 - p$:

385. Դիցուք ξ և η-ն n և p պարամետրերով անկախ բինոմական պատահական մեծություններ են: Գտնել $\xi + \eta = m$ պայմանի դեպքում ξ պատահական մեծության բաշխումը:

386. Նետում են երկու զառ: Նկարագրել տարրական պատահույթների տարածությունը: Դիցուք ξ-ն առաջին զառի վրա «6» բացվելու թիվն է, η-ն՝ «6» բացվելու թիվն է երկրորդ զառի վրա: Գտնել ξ և η-ի համատեղ բաշխումը: Ապացուցել ξ և η պատահական մեծությունների անկախությունը:

387. Նետում են երկու զառ: Նկարագրել տարրական պատահույթների տարածությունը: Դիցուք ξ-ն առաջին զառի վրա բացված միավորների թիվն է, η-ն՝ երկրորդ զառի վրա բացված միավորների թիվը: Գտնել $(\xi; \eta)$ վեկտորի բաշխման օրենքը: Ապացուցել ξ և η պատահական մեծությունների անկախությունը:

388. (ξ, η) պատահական վեկտորը հավասարաչափ է բաշխված $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$, $C(0, 1)$, $D(0, -1)$ գագաթներով քառակուսու ներսում: Գտնել $f_{\xi,\eta}(x, y)$, $f_\xi(x)$ և $f_\eta(x)$ խտությունները: Անկախ ե՞ն արդյոք ξ և η պատահական մեծությունները:

389. (ξ, η, ζ) պատահական վեկտորը հավասարաչափ է բաշխված գլանում, որի բարձրությունը հավասար է $2H$, հիմքի շառավիղը՝ R, կենտրոնը գտնվում է կոորդինատների սկզբնակետում, իսկ ծնորդը զուգահեռ է OZ առանցքին: Գտնել այդ վեկտորի յուրաքանչյուր պրոյեկցիայի բաշխման խտությունը: Անկախ ե՞ն արդյոք այդ պրոյեկցիաները:

390. (ξ, η, ζ) պատահական վեկտորը հավասարաչափ է բաշխված r շառավղով S գնդի մեջ: ա) Գտնել այդ վեկտորի յուրաքանչյուր կոմ–պոնենտի բաշխման խտությունը, բ) ի՞նչ հավանականությամբ (ξ, η, ζ) պատահական կետը կգտնվի S-ի հետ համակենտրոն $r/2$ շառավղով գնդի ներսում:

391. Ապացուցել, որ եթե $F_\xi(x)$ և $F_\eta(y)$ բաշխման ֆունկցիաները անընդհատ են համապատասխանաբար x_0 և y_0 կետերում, ապա երկ–չափ $F_{\xi,\eta}(x, y)$ բաշխման ֆունկցիան անընդհատ է (x_0, y_0) կետում:

392. Կառուցել այնպիսի երկչափ բաշխման ֆունկցիայի օրինակ, որը լինի անընդհատ (x_0, y_0) կետում, սակայն մեկ չափանի $F_\xi(x)$ և $F_\eta(y)$ բաշխման ֆունկցիաները համապատասխանաբար x_0 և y_0 կե–տերում լինեն խզվող:

393. Դիցուք $F(x)$-ը ξ պատահական մեծության բաշխման ֆունկ–ցիան է: Գտնել ա) (ξ, ξ), բ) $(\xi, |\xi|)$ պատահական վեկտորի $F(x, y)$ բաշխման ֆունկցիան:

394. Դիցուք ξ և η պատահական մեծությունների համատեղ խտութ–յան ֆունկցիան է՝

$$f(x, y) = \frac{6}{7}\left(x^2 + \frac{xy}{2}\right), \quad 0 < x < 1, 0 < y < 2:$$

ա) Համոզվել, որ այն իսկապես խտության ֆունկցիա է:
բ) Հաշվել ξ պատահական մեծության խտության ֆունկցիան:
գ) Գտնել $P(\xi > \eta)$:
դ) Գտնել $P(\eta > \frac{1}{2}/\xi < \frac{1}{2})$:

395. Դիցուք ξ_1-ը և ξ_2-ը Կոշիի ստանդարտ բաշխում ունեցող ան–կախ պատահական մեծություններ են: Ապացուցել, որ $\eta = \frac{\xi_1+\xi_2}{1-\xi_1\xi_2}$ պա–տահական մեծությունը նույնպես ունի Կոշիի բաշխում:

396. Դիցուք $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n, \ldots$ անկախ միատեսակ բաշխված պա–տահական մեծություններ են, որոնք 1/2 հավանականություններով ըն–դունում են 0 կամ 1 արժեքներ: Գտնել $\eta = \sum\limits_{k=1}^{\infty} \frac{\xi_k}{2^k}$ պատահական մեծութ–յան բաշխումը:

397. Դիցուք $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ անկախ, միապեսակ բաշխված պապահական մեծություններ են, ընդ որում
$$P(\xi_i = 1) = P(\xi_i = -1) = \tfrac{1}{2}, \quad i = 1, 2, \ldots, n :$$
Գտնել $\eta_n = \prod_{i=1}^{n} \xi_i$ պատահական մեծության բաշխումը:

398. Դիցուք տրված է (ξ, η) երկչափ պատահական մեծության համատեղ բաշխումը՝
$$p(1,1) = 0,5, \quad p(2,1) = 0,1, \quad p(1,2) = 0,1, \quad p(2,2) = 0,3 :$$
Գտնել ξ պատահական մեծության բաշխումը $\eta = 1$ պայմանի դեպքում:

399. Դիցուք տրված է (ξ, η) երկչափ պատահական մեծության համատեղ խտության ֆունկցիան
$$f(x,y) = \begin{cases} c(y^2 - x^2)e^{-y}, & -y \le x \le y, \quad 0 < y < \infty \\ 0, & \text{մնացած դեպքերում:} \end{cases}$$
ա) Գտնել c գործակիցը:

բ) Գտնել ξ և η պատահական մեծությունների խտության ֆունկցիաները:

400. Դիցուք տրված է (ξ, η) երկչափ պատահական մեծության համատեղ խտության ֆունկցիան
$$f(x,y) = \begin{cases} e^{-(x+y)}, & 0 \le x < \infty, \quad 0 \le y < \infty \\ 0, & \text{մնացած դեպքերում:} \end{cases}$$
Գտնել $P(\xi < \eta)$ և $P(\xi < a)$, որտեղ $a > 0$ հաստատուն թիվ է:

401. Դիցուք տրված է (ξ, η) երկչափ պատահական մեծության համատեղ խտության ֆունկցիան
$$f(x,y) = \begin{cases} xe^{-x(1+y)}, & x > 0, \quad y > 0 \\ 0, & \text{մնացած դեպքերում:} \end{cases}$$
ա) Գտնել ξ-ի խտության ֆունկցիան $\eta = y$ պայմանի դեպքում և η-ի խտության ֆունկցիան $\xi = x$ պայմանի դեպքում:

բ) Գտնել $\zeta = \xi\eta$-ի խտության ֆունկցիան:

402. Դիցուք տրված է (ξ, η) երկչափ պատահական մեծության համատեղ բաշխումը՝

$$p(1,1) = 1/8, \quad p(2,1) = 1/4, \quad p(1,2) = 1/8, \quad p(2,2) = 1/2 :$$

ա) Գտնել $\eta = i, i = 1,2$ պայմանի դեպքում ξ պատահական մեծության բաշխումը:
բ) Անկախ ե՞ն արդյոք ξ-ն և η-ն:
գ) Հաշվել $P(\xi\eta \leq 3)$, $P(\xi + \eta > 2)$, $P(\xi/\eta > 1)$:

403. Դիցուք տրված է (ξ, η) երկչափ պատահական մեծության համատեղ խտության ֆունկցիան

$$f(x,y) = \begin{cases} c(x^2 - y^2)e^{-x}, & 0 \leq x < \infty, \quad -x \leq y \leq x \\ 0, & \text{մնացած դեպքերում:} \end{cases}$$

Գտնել $\xi = x$ պայմանի դեպքում η պատահական մեծության բաշխումը:

Պատահական մեծություններից ֆունկցիայի բաշխումը

Դիցուք $\xi = (\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)$-ն n-չափանի պատահական մեծություն է, $F_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n}(x_1, x_2, \ldots, x_n)$-ը նրա բաշխման ֆունկցիան է, իսկ $\eta = (\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_m)$-ն m -չափանի պատահական մեծություն է, որտեղ $\eta_k = f_k(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n), \quad k = 1, 2, \ldots, m$ և $\Phi_{\eta_1,\ldots,\eta_m}(y_1, y_2, \ldots, y_m)$-ն նրա բաշխման ֆունկցիան է: Այդ դեպքում տեղի ունի ներկայացում՝

$$\Phi_{\eta_1,\eta_2,\ldots,\eta_m}(y_1, y_2, \ldots, y_m) = \int\limits_D \ldots \int dF_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n}(x_1, x_2, \ldots, x_n),$$

որտեղ

$$D = \{(x_1, x_2, \ldots, x_n) : f_j(x_1, x_2, \ldots, x_n) < y_j, j = 1, 2, \ldots, m\} :$$

Եթե n-չափանի $\xi = (\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)$ պատահական մեծությունն ունի $f_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n}(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ բաշխման խտություն, ապա

$$\Phi_{\eta_1,\eta_2,\ldots,\eta_m}(y_1, y_2, \ldots, y_m) =$$

$$= \int_D \cdots \int f_{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n}(x_1, x_2, \ldots, x_n) dx_1 dx_2 \ldots dx_n :$$

Եթե $\xi = (\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)$-ը n-չափանի դիսկրետ պատահական մեծություն է, ապա

$$\Phi_{\eta_1,\eta_2,\ldots,\eta_m}(y_1, y_2, \ldots, y_m) = \sum_{\substack{i_1,i_2,\ldots,i_n, \\ f_j(k_{i_1},k_{i_2},\ldots,k_{i_n})<y_j, \\ j=1,2,\ldots,m}} p_{i_1,i_2,\ldots,i_n},$$

որտեղ

$p_{i_1,i_2,\ldots,i_n} = P(\xi_1 = k_{i_1}, \xi_2 = k_{i_2}, \ldots, \xi_n = k_{i_n}) :$

Ա

404. Դիցուք $\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n$ անկախ պատահական մեծություններն ունեն միևնույն $F(x)$ բաշխման ֆունկցիա: Գտնել

$$\xi = \min(\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n) \quad \text{և} \quad \eta = \max(\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n)$$

պատահական մեծությունների բաշխման ֆունկցիաները:

405. Դիցուք $\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n$ պատահական մեծություններն անկախ են և ունեն համապատասխանաբար $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n$ պարամետրերով ցուցչային բաշխում: Գտնել $\eta = \min(\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n)$ պատահական մեծության բաշխման ֆունկցիան:

406. Դիցուք հայտնի են ξ և η անկախ պատահական մեծությունների բաշխման օրենքները՝

ξ	-1	0	1
P	$0,2$	$0,3$	$0,5$

η	0	1
P	$0,4$	$0,6$

Գտնել $\xi + \eta$, $\xi - \eta$, $\xi \cdot \eta$ պատահական մեծությունների բաշխման օրենքները:

407. Դիցուք ξ և η անկախ պատահական մեծություններն ունեն հետևյալ բաշխման օրենքները՝

ξ	0	1	2
P	$0,2$	$0,4$	$0,4$

η	0	1	2
P	$0,3$	$0,3$	$0,4$

Գտնել $\xi + \eta$, $\xi - \eta$, $\xi \cdot \eta$ պատահական մեծությունների բաշխման օրենքները:

Բ

408. ξ_1 և ξ_2 անկախ պատահական մեծությունները բաշխված են միևնույն երկրաչափական օրենքով ($P(\xi = k) = q^k p, k = 0, 1, 2, ...$): Դիցուք $\eta = \max(\xi_1, \xi_2)$: Գտնել η-ի բաշխումը և (η, ξ_1)-ի բաշխումը:

409. Դիցուք $\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n$-ը միևնույն $F(x)$ բաշխման ֆունկցիայով անկախ պատահական մեծություններ են: Նշանակենք

$$\xi = \min(\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n) \quad \text{և} \quad \eta = \max(\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n):$$

Գտնել (ξ, η) պատահական վեկտորի բաշխման ֆունկցիան և օգտագործելով համատեղ բաշխման ֆունկցիան, գտնել ξ և η-ի միաչափ բաշխման ֆունկցիաները:

410. Դիցուք ξ_1 և ξ_2 անկախ պատահական մեծություններն ունեն համապատասխանաբար λ_1 և λ_2 պարամետրերով ցուցչային բաշխում: Ապացուցել $\eta_1 = \xi_1 - \xi_2$ և $\eta_2 = \min(\xi_1, \xi_2)$ պատահական մեծությունների անկախությունը:

411. Դիցուք (ξ_1, ξ_2) պատահական կետն ունի հավանականությունների հավասարաչափ բաշխում $\{(x, y); 0 \le x \le a, 0 \le y \le a\}$ քառակուսու ներսում: Ցույց տալ, որ $\xi_1 - \xi_2$ և $\min(\xi_1, \xi_2)$ պատահական մեծությունները ունեն միևնույն բաշխում, այսինքն, ցանկացած t-ի համար $P(\xi_1 - \xi_2 < t) = P(\min(\xi_1, \xi_2) < t)$:

412. Դիցուք ξ_1 և ξ_2-ը անընդհատ բաշխման ֆունկցիաներով անկախ պատահական մեծություններ են և $\eta = \xi_1 + \xi_2$: Ապացուցել, որ

$$\text{ա)} \quad F_\eta(x) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} F_{\xi_2}(x - u) dF_{\xi_1}(u) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} F_{\xi_1}(x - v) dF_{\xi_2}(v);$$

բ) եթե ξ_1 և ξ_2 պատահական մեծություններից մեկն ունի հավանականությունների բաշխման խտություն, ապա

$$f_\eta(x) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} f_{\xi_1}(x-v)dF_{\xi_2}(v) \ \text{ կամ } f_\eta(x) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} f_{\xi_2}(x-u)dF_{\xi_1}(u);$$

գ) եթե և' ξ_1-ը, և' ξ_2-ը ունեն հավանականությունների բաշխման խտություններ, ապա

$$f_\eta(x) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} f_{\xi_1}(x-v)f_{\xi_2}(v)\,dv = \int\limits_{-\infty}^{\infty} f_{\xi_2}(x-u)f_{\xi_1}(u)\,du :$$

413. Դիցուք ξ_1 և ξ_2-ը անընդհատ բաշխման ֆունկցիաներով անկախ պատահական մեծություններ են և $\eta = \xi_1 - \xi_2$: Ապացուցել, որ

$$\text{ա)} \quad F_\eta(x) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} F_{\xi_1}(x+v)dF_{\xi_2}(v) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} [1 - F_{\xi_2}(u-x)]dF_{\xi_1}(u);$$

բ) եթե ξ_1 և ξ_2 պատահական մեծություններից մեկն ունի բաշխման խտություն, ապա η-ն ևս ունի խտություն և

$$f_\eta(x) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} f_{\xi_1}(x+v)dF_{\xi_2}(v) \ \text{ կամ } f_\eta(x) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} f_{\xi_2}(u-x)dF_{\xi_1}(u);$$

գ) եթե և' ξ_1-ը, և' ξ_2-ը ունեն բաշխման խտություններ, ապա

$$f_\eta(x) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} f_{\xi_1}(x+v)f_{\xi_2}(v)\,dv = \int\limits_{-\infty}^{\infty} f_{\xi_2}(u-x)f_{\xi_1}(u)\,du :$$

414. Դիցուք ξ_1 և ξ_2 անկախ պատահական մեծություններն ունեն անընդհատ բաշխման ֆունկցիաներ և $\eta = \xi_1 \cdot \xi_2$: Ապացուցել, որ

$$\text{ա)} \ F_\eta(x) = \int\limits_{-\infty}^{0} \left[1 - F_{\xi_2}\left(\frac{x}{u}\right)\right] dF_{\xi_1}(u) + \int\limits_{0}^{\infty} F_{\xi_2}\left(\frac{x}{u}\right) dF_{\xi_1}(u),$$

բ) եթե ξ_1 և ξ_2 պատահական մեծություններից մեկն ունի հավանականությունների բաշխման խտություն, ապա η-ն ևս կունենա հավանականությունների բաշխման խտություն և

$$f_\eta(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{|v|} f_{\xi_1}\left(\frac{x}{v}\right) dF_{\xi_2}(v) \text{ կամ } f_\eta(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{|u|} f_{\xi_2}\left(\frac{x}{v}\right) dF_{\xi_1}(u) :$$

գ) եթե ξ_1 և ξ_2 պատահական մեծություններն ունեն խտություններ, ապա

$$f_\eta(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{|u|} f_{\xi_1}\left(\frac{x}{u}\right) f_{\xi_2}(u)\, du :$$

415. Դիցուք ξ_1 և ξ_2 անկախ պատահական մեծություններն ունեն անընդհատ բաշխման ֆունկցիաներ և $\eta = \frac{\xi_1}{\xi_2}$: Ապացուցել, որ

$$\text{ա) } F_\eta(x) = \int_{-\infty}^{0} [1 - F_{\xi_1}(vx)]\, dF_{\xi_2}(v) + \int_{0}^{\infty} F_{\xi_1}(vx)\, dF_{\xi_2}(v),$$

բ) եթե ξ_1-ն ունի խտություն, ապա η-ն ևս կունենա խտություն և

$$f_\eta(x) = \int_{-\infty}^{\infty} |v| \cdot f_{\xi_1}(vx) dF_{\xi_2}(v),$$

գ) եթե ξ_1-ը և ξ_2-ը ունեն խտություններ, ապա

$$f_\eta(x) = \int_{-\infty}^{\infty} |v| f_{\xi_1}(vx) f_{\xi_2}(v)\, dv :$$

416. Դիցուք $f_{\xi_1,\xi_2}(x,y)$-ը (ξ_1,ξ_2) պատահական վեկտորի հավանականությունների բաշխման խտությունն է: Ապացուցել, որ $\xi_1+\xi_2$ և $\xi_1-\xi_2$ պատահական մեծություններն ունեն հետևյալ հավանականությունների բաշխման խտություններ՝

$$\text{ա) } f_{\xi_1+\xi_2}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{\xi_1,\xi_2}(x, z-x)\, dx = \int_{-\infty}^{\infty} f_{\xi_1,\xi_2}(z-y, y)\, dy,$$

$$\text{բ) } f_{\xi_1-\xi_2}(z)=\int\limits_{-\infty}^{\infty} f_{\xi_1,\xi_2}(z+y,y)\,dy=\int\limits_{-\infty}^{\infty} f_{\xi_1,\xi_2}(x,x-z)\,dx:$$

417. Դիցուք $f_{\xi_1,\xi_2}(x,y)$-ը (ξ_1,ξ_2) պատահական վեկտորի հավանականությունների բաշխման խտությունն է: Ապացուցել, որ $\xi_1\cdot\xi_2$ և $\frac{\xi_1}{\xi_2}$ պատահական մեծություններն ունեն հետևյալ հավանականությունների բաշխման խտություններ՝

$$\text{ա) } f_{\xi_1\cdot\xi_2}(z)=\int\limits_{-\infty}^{\infty} f_{\xi_1,\xi_2}\left(\frac{z}{y},y\right)\frac{dy}{|y|}=\int\limits_{-\infty}^{\infty} f_{\xi_1,\xi_2}\left(x,\frac{z}{x}\right)\frac{dx}{|x|},$$

$$\text{բ) } f_{\xi_1/\xi_2}(z)=\int\limits_{-\infty}^{\infty} f_{\xi_1,\xi_2}(zy,y)\cdot|y|\,dy:$$

418. Դիցուք ξ և η անկախ պատահական մեծություններն ընդունում են 0, 1, ..., n արժեքները, ընդ որում $P(\xi=i)=P(\eta=i)=\frac{1}{n+1}$, $i=0,...,n$: Գտնել $\xi+\eta$ պատահական մեծության բաշխման օրենքը:

419. ξ_1 և ξ_2 անկախ պատահական մեծություններն ունեն Պուասոնի բաշխում համապատասխանաբար λ_1 և λ_2 պարամետրերով: Ապացուցել, որ $\eta=\xi_1+\xi_2$ պատահական մեծությունը ունի Պուասոնի բաշխում $\lambda_1+\lambda_2$ պարամետրով:

420. Դիցուք ξ և η-ն անկախ, միատեսակ բաշխված ամբողջ արժեքներ ընդունող պատահական մեծություններ են, $p_i=P(\xi=i)$, $i=0,\pm1,\pm2,...$: Ապացուցել, որ

$$P(\xi-\eta=0)=\sum_{i=-\infty}^{\infty}p_i^2:$$

421. Դիցուք ξ և η-ն անկախ պատահական մեծություններ են միևնույն $f(x)$ խտության ֆունկցիայով: Ապացուցել, որ

$$f_{\xi-\eta}(0)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}f^2(x)\,dx:$$

422. Դիցուք ξ_1 և ξ_2-ը $[a,b]$ միջակայքում հավասարաչափ բաշխված պատահական մեծություններ են: Գտնել $\eta = \xi_1 + \xi_2$ պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման խտությունը:

423. Դիցուք ξ-ն և η-ն $[-a/2, a/2]$ միջակայքում հավասարաչափ բաշխված անկախ պատահական մեծություններ են: Գտնել ա) $\eta = \xi_1 + \xi_2$, բ) $\eta = \xi_1 - \xi_2$ պատահական մեծության հավանականություն–ների բաշխման խտությունը:

424. Դիցուք ξ_1 և ξ_2-ը $[0,1]$ միջակայքում հավասարաչափ բաշխված պատահական մեծություններ են: Գտնել ա) $\eta = \xi_1 + \xi_2$, բ) $\eta = \xi_1 - \xi_2$, գ) $\eta = |\xi_1 - \xi_2|$, դ) $\eta = \xi_1 \cdot \xi_2$, ե) $\eta = \xi_1/\xi_2$ պատահական մեծություն–ների հավանականությունների բաշխման խտությունը:

425. Գտնել ξ և η պատահական մեծությունների $(\xi + \eta)$ գումարի հավանականությունների բաշխման խտությունը, եթե ξ-ն $[0,2]$ հատ–վածում հավասարաչափ բաշխված պատահական մեծություն է, իսկ η-ն հավասարաչափ է բաշխված $[-1,1]$ հատվածում:

426. Դիցուք ξ_1-ը և ξ_2-ը անկախ, միատեսակ բաշխված պատա–հական մեծություններ են, որոնց հավանականությունների բաշխման խտությունը հավասար է $f(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}$: Գտնել $\eta = \xi_1 + \xi_2$ պատահա–կան մեծության հավանականությունների բաշխման խտությունը:

427. Դիցուք ξ և η պատահական մեծություններն անկախ են, ընդ որում ξ-ն ունի ցուցչային բաշխում λ պարամետրով, իսկ η-ն հավասա–րաչափ է բաշխված $[0,a]$ միջակայքում: Գտնել $\xi + \eta$ պատահական մեծության հավանականությունների բաշխան խտությունը:

428. Դիցուք $\xi_1 \sim N(a_1, \sigma_1^2)$ և $\xi_2 \sim N(a_2, \sigma_2^2)$ անկախ պատահական մեծություններն ունեն նորմալ բաշխումներ: Ապացուցել, որ $\eta = \xi_1 + \xi_2$ պատահական մեծությունը ևս ունի $N(a_1 + a_2, \sigma_1^2 + \sigma_2^2)$ նորմալ բաշ–խում:

429. Դիցուք ξ_1 և ξ_2 անկախ պատահական մեծություններն ունեն Γ-բաշխում համապատասխանաբար (α, β_1) և (α, β_2) պարամետրե–

րով: Ապացուցել, որ $\eta = \xi_1 + \xi_2$ պատահական մեծությունը ևս ունի Γ-բաշխում $(\alpha, \beta_1 + \beta_2)$ պարամետրերով:

430. Դիցուք ξ_1 և ξ_2 անկախ պատահական մեծություններն ունեն ցուցչային բաշխում λ պարամետրով: Որոշել ա) $\eta = \xi_1 - \xi_2$, բ) $\eta = \xi_1/\xi_2$ պատահական մեծությունների բաշխման խտությունը:

431. ξ և η պատահական մեծություններն անկախ են, ընդ որում $f_\xi(x) = 12x^2(1-x)$, $x \in (0,1)$, իսկ $f_\eta(y) = 2y$, $y \in (0,1)$: Գտնել $\xi \cdot \eta$ պատահական մեծության խտության ֆունկցիան:

432. Դիցուք ξ-ն և η-ն անկախ, $N(0,\sigma)$ նորմալ բաշխում ունեցող պատահական մեծություններ են: Ապացուցել, որ $\zeta = \xi/\eta$ պատահական մեծությունը բաշխված է Կոշիի օրենքով:

433. (ξ_1, ξ_2) պատահական կետը հավասարաչափ է բաշխված $r = 1$ շառավղով շրջանի մեջ: Գտնել $\eta = \xi_2/\xi_1$ պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման խտությունը:

434. ξ պատահական մեծությունն ունի Կոշիի բաշխում: Ապացուցել, որ ա) $1/\xi$, բ) $\frac{2\xi}{1-\xi^2}$, գ) $\frac{3\xi-\xi^3}{1-3\xi^2}$ պատահական մեծությունը ևս ունի Կոշիի բաշխում:

435. Գտնել $\eta = \frac{\xi_1+\xi_2}{\xi_1}$ պատահական մեծության բաշխման ֆունկցիան, եթե ξ_1 և ξ_2 պատահական մեծություններն անկախ են և ունեն հավանականությունների ցուցչային բաշխում՝ $f(x) = e^{-x}$, $x \geq 0$:

436. Գտնել $\eta = \frac{\xi_1}{\xi_1+\xi_2}$ պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման խտությունը, եթե ξ_1 և ξ_2 պատահական մեծություններն անկախ են և ունեն հավանականությունների ցուցչային բաշխում՝ $f(x) = e^{-x}$, $x \geq 0$:

437. Գտնել $\eta = \frac{\xi_1}{\xi_1+\xi_2}$ պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման խտությունը, եթե ξ_1 և ξ_2 պատահական մեծություններն անկախ են և հավասարաչափ բաշխված $[0,\ 1]$ միջակայքում:

438. (ξ_1, ξ_2) պատահական վեկտորն ունի

$$f_{\xi_1,\xi_2}(x,y) = \begin{cases} x+y, & 0 \le x \le 1,\, 0 \le y \le 1 \\ 0, & \text{մնացած դեպքերում} \end{cases}$$

հավանականությունների բաշխման խտությունը: Գտնել $\eta = \xi_1 + \xi_2$ պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման խտությունը:

439. (ξ, η) պատահական վեկտորն ունի

$$f(x,y) = \begin{cases} 24xy(1-x)^2, & 0 < x < 1,\, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{մնացած դեպքերում} \end{cases}$$

հավանականությունների բաշխման խտությունը: Գտնել $(\xi \cdot \eta)$ պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման խտությունը:

440. (ξ, η) պատահական վեկտորի հավանականությունների բաշխման խտությունը հավասար է

$$f(x,y) = \begin{cases} xe^{-x(1+y)}, & x > 0,\, y > 0 \\ 0, & \text{մնացած դեպքերում :} \end{cases}$$

Որոշել $(\xi \cdot \eta)$ պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման խտությունը:

441. Դիցուք ξ_1 և ξ_2-ը ստանդարտ նորմալ՝ $N(0,1)$ բաշխում ունեցող, անկախ պատահական մեծություններ են: Ապացուցել, որ $\xi_1 - \xi_2$ և $\xi_1 + \xi_2$ պատահական մեծություններն անկախ են:

442. ξ և η պատահական մեծություններն անկախ են և ունեն ցուցչային բաշխում $\lambda = 1$ պարամետրով: Ապացուցել $(\xi + \eta)$ և ξ/η պատահական մեծությունների անկախությունը:

443. Դիցուք ξ_1-ը և ξ_2-ը անկախ ստանդարտ նորմալ՝ $N(0,1)$ բաշխում ունեցող պատահական մեծություններ են: Հաշվել $P(\xi_1^2 + \xi_2^2 < R^2)$:

444. Դիցուք ξ_1 և ξ_2-ը ստանդարտ նորմալ՝ $N(0,1)$ բաշխված, անկախ պատահական մեծություններ են, իսկ θ-ն հավասարաչափ է բաշխված $[0,2\pi]$ միջակայքում: Գտնել $\xi_1\cos\theta+\xi_2\sin\theta$ պատահական մեծության բաշխումը:

445. Դիցուք $\xi_1,\xi_2,...,\xi_n$ անկախ, միատեսակ բաշխված պատահական մեծություններն ունեն ցուցչային բաշխում $\lambda>0$ պարամետրով: Ապացուցել, որ $S_n=\sum\limits_{k=1}^{n}\xi_k$ պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման խտությունն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$f_{S_n}(x)=\begin{cases}\frac{(\lambda x)^{n-1}}{(n-1)!}\lambda e^{-\lambda x}, & x\geq 0\\ 0, & x<0:\end{cases}$$

446. Դիցուք $\xi_1,\xi_2,...,\xi_n$-ը ստանդարտ նորմալ՝ $N(0,1)$ բաշխված, անկախ պատահական մեծություններն են: Ապացուցել, որ $\chi^2=\sum\limits_{k=1}^{n}\xi_k^2$ պատահական մեծությունը ունի

$$f_{\chi^2}(x)=\begin{cases}\frac{1}{2^{n/2}\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}x^{\frac{n}{2}-1}\,e^{-\frac{x}{2}}, & x\geq 0,\\ 0, & x<0\end{cases}$$

հավանականությունների բաշխման խտություն:

447. Դիցուք $\xi,\xi_1,\xi_2,...,\xi_n$ պատահական մեծություններն անկախ են և ունեն ստանդարտ նորմալ՝ $N(0,1)$ բաշխում: Ապացուցել, որ

$$\eta=\frac{\xi}{\sqrt{\frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}\xi_i^2}}$$

պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման խտությունը հավասար է

$$f_\eta(x)=\frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}(1+x^2)^{-\frac{n+1}{2}}\ :$$

Պատահական մեծության թվային բնութագրիչները

$\xi = \xi(\omega)$ պատահական մեծության մաթեմատիկական սպասում կամ միջին արժեք անվանում են հետևյալ թիվը՝

$$E\xi = \int\limits_{\Omega} \xi(\omega)P(d\omega),$$

եթե աջ մասում գրված Լեբեգի ինտեգրալը գոյություն ունի: Այն համընկնում է x-ի Ստիլտյեսի ինտեգրալի հետ

$$E\xi = \int\limits_{-\infty}^{\infty} x dF_\xi(x),$$

եթե ինտեգրալը բացարձակ զուգամետ է:

Դիսկրետ ξ պատահական մեծության մաթեմատիկական սպասումը հավասար է՝

$$E\xi = \sum_k x_k p_k, \quad \text{եթե} \quad \sum_k |x_k| p_k < \infty :$$

Բացարձակ անընդհատ ξ պատահական մեծության մաթեմատիկական սպասումը հավասար է՝

$$E\xi = \int\limits_{-\infty}^{\infty} x f_\xi(x) dx, \quad \text{եթե} \quad \int\limits_{-\infty}^{\infty} |x| f_\xi(x) dx < \infty :$$

$g(x)$ անընդհատ ֆունկցիայի համար

$$Eg(\xi) = \int\limits_{\Omega} g(\xi(\omega))P(d\omega) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} g(x) dF_\xi(x) :$$

Դիսկրետ ξ պատահական մեծության դեպքում

$$Eg(\xi) = \sum_k g(x_k) p_k, \quad \text{եթե} \quad \sum_k |g(x_k)| p_k < \infty :$$

Բացարձակ անընդհատ ξ պատահական մեծության դեպքում

$$Eg(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) f_\xi(x) dx, \quad \text{եթե} \quad \int_{-\infty}^{\infty} |g(x)| f_\xi(x) dx < \infty :$$

$\nu_k = E\xi^k$ թիվը անվանում են ξ պատահական մեծության k-րդ կարգի սկզբնական մոմենտ (k-ն իրական թիվ է), $\mu_k = E(\xi - E\xi)^k$ թիվը անվանում են ξ-ի k-րդ կարգի կենտրոնական մոմենտ (k-ն իրական թիվ է):
Երկրորդ կարգի կենտրոնական մոմենտը անվանում են դիսպերսիա և նշանակում են $D\xi = E(\xi - E\xi)^2$: $\sigma = \sqrt{D\xi}$ մեծությունը անվանում են միջին քառակուսային շեղում:

ξ և η պատահական մեծությունների կորելյացիայի գործակից անվանում են հետևյալ մեծությունը՝

$$\rho(\xi, \eta) = \frac{E(\xi - E\xi)(\eta - E\eta)}{\sqrt{D\xi D\eta}}, \quad D\xi \neq 0, D\eta \neq 0 :$$

$E(\xi - E\xi)(\eta - E\eta)$ մեծությունը անվանում են կովարիացիա և նշանակում՝

$$cov(\xi, \eta) = E(\xi - E\xi)(\eta - E\eta) :$$

Նշենք պատահական մեծությունների թվային բնութագրիչների հատկությունները:
1. $EC = C$, C-ն հաստատուն է:
2. $EC\xi = CE\xi$, C-ն հաստատուն է:
3. $E\xi \geq 0$, եթե $P(\xi \geq 0) = 1$:
4. Եթե $\xi \geq 0$ և $E\xi = 0$, ապա $P(\xi = 0) = 1$:
5. $E\xi \geq E\eta$, եթե $P(\xi \geq \eta) = 1$:
6. $EI_A(\omega) = P(A)$, որտեղ $I_A(\omega)$-ն A բազմության ինդիկատորն է՝
$$I_A(\omega) = \begin{cases} 1, & \omega \in A \\ 0, & \omega \notin A \end{cases}$$
7. $E(\xi \pm \eta) = E\xi \pm E\eta$, եթե գոյություն ունեն նշված երեք մաթ. սպասումներից գոնե երկուսը:
8. $E\xi\eta = E\xi E\eta$, եթե ξ և η-ն անկախ պատահական մեծություններ են:

9. $DC = 0$, որտեղ C-ն հաստատուն թիվ է:
10. Եթե $D\xi = 0$, ապա $P(\xi = C) = 1$, որտեղ $C = E\xi$:
11. $D(a\xi + b) = a^2 D\xi$, a-ն և b-ն հաստատուններ են:
12. $D(\xi \pm \eta) = D\xi + D\eta$, եթե ξ-ն և η-ն անկախ պատահական մեծություններ են:
13. $D(\sum\limits_{k=1}^{n} \xi_k) = \sum\limits_{k=1}^{n} D\xi_k + 2\sum\limits_{k<j} cov(\xi_k, \xi_j)$:
14. $|\rho(\xi, \eta)| \leq 1$:
15. $|\rho(\xi, \eta)| = 1$ այն և միայն այն դեպքում, երբ $P(a\xi + b\eta = c) = 1$, որտեղ a-ն, b-ն, c-ն հաստատուններ են:
16. Եթե ξ-ն և η-ն անկախ են, ապա $\rho(\xi, \eta) = 0$: Հակառակը ճիշտ չէ: Եթե $\rho(\xi, \eta) = 0$, ապա ξ-ն և η-ն կոչվում են չկորելացված:

Պատահական վեկտորի թվային բնութագրիչները

$\xi = (\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)$ պահապական վեկտորի մաթեմատիկական սպասում անվանում են $E\xi = (a_1, a_2, \ldots, a_n)$ վեկտորը, որտեղ $a_k = E\xi_k$, $k = 1, 2, \ldots, n$:

$\xi = (\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)$ պահապական վեկտորի դիսպերսիոն (կովարիացիոն) մատրից կամ դիսպերսիա անվանում են հետևյալ մատրիցը՝

$$B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \ldots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \ldots & b_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ b_{n1} & b_{n2} & \ldots & b_{nn} \end{pmatrix},$$

որտեղ $b_{ij} = cov(\xi_i, \xi_j) = E(\xi_i - E\xi_i)(\xi_j - E\xi_j); \quad i, j = 1, 2, \ldots, n$:

Նշենք B մատրիցի հատկությունները՝
1. $b_{ij} = b_{ji}; \quad i, j = 1, 2, \ldots, n$՝ մատրիցը համաչափ է:
2. $b_{ii} = D\xi_i; \quad i = 1, 2, \ldots, n$:
3. Ցանկացած $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ իրական թվերի համար տեղի ունի

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} b_{ij}\alpha_i\alpha_j \geq 0,$$

այսինքն B մատրիցը ոչ բացասական որոշված է:

Նշենք որոշ կարևոր անհավասարություններ, որտեղ մասնակցում են պատահական մեծությունների մոմենտները:

Կոշու-Բունյակովսկու անհավասարությունը՝ եթե ξ և η պատահական մեծություններն այնպիսին են, որ $E\xi^2 < \infty, \quad E\eta^2 < \infty$, ապա

$$E|\xi\eta| \leq \sqrt{E\xi^2}\sqrt{E\eta^2} :$$

Լյապունովի անհավասարությունը՝ $0 < s < r$ դեպքում

$$(E|\xi|^s)^{1/s} \leq (E|\xi|^r)^{1/r} :$$

Գյոլդերի անհավասարությունը՝ եթե $p > 1$, $q > 1$, $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$, $E|\xi|^p < \infty, \quad E|\eta|^q < \infty$, ապա

$$E|\xi\eta| \leq (E|\xi|^p)^{\frac{1}{p}} (E|\eta|^q)^{\frac{1}{q}} :$$

Մինկովսկու անհավասարությունը՝ եթե $E|\xi|^r < \infty, E|\eta|^r < \infty, r \geq 1$, ապա

$$(E|\xi + \eta|^r)^{\frac{1}{r}} \leq (E|\xi|^r)^{\frac{1}{r}} + (E|\eta|^r)^{\frac{1}{r}} :$$

Պայմանական մաթեմատիկական սպասում

Դիցուք ξ և η-ն դիսկրետ պատահական մեծություններ են: ξ պատահական մեծության պայմանական մաթեմատիկական սպասում $\eta = y$ պայմանի դեպքում կոչվում է

$$E(\xi/\eta = y) = \sum_x xP(\xi = x/\eta = y) = \sum_x xp_{\xi/\eta}(x/y)$$

մեծությունը, որտեղ

$$p_{\xi/\eta}(x/y) = \frac{P(\xi = x, \eta = y)}{P_\eta(y)}, \quad P_\eta(y) = P(\eta = y) > 0 :$$

Եթե ξ և η-ն բացարձակ անընդհատ պատահական մեծություններ են, ապա

$$E(\xi/\eta = y) = \int_{-\infty}^{\infty} xf_{\xi/\eta}(x/y)\, dx,$$

որտեղ

$$f_{\xi/\eta}(x/y) = \frac{f_{\xi,\eta}(x,y)}{f_\eta(y)}, \quad f_\eta(y) > 0$$

պայմանական հավանականային բաշխման խտությունն է:

Ա

448. ξ պատահական մեծությունը ընդունում է $0, \pm1, \pm2, ..., \pm n$ արժեքներ $P(\xi = i) = \frac{1}{2n+1}$ հավանականություններով: Գտնել $E\xi$-ն և $D\xi$-ն:

449. Նշանակետին կրակում են 20 անգամ: Մեկ կրակոցով դիպչելու հավանականությունը հավասար է 0,7-ի: Գտնել դիպումների թվի մաթ. սպասումը և դիսպերսիան:

450. ξ պատահական մեծությունը ունի բինոմական բաշխում n, p պարամետրերով: Հայտնի, որ $E\xi = 12$, $D\xi = 4$: Գտնել n-ը և p-ն:

451. Խաղացողը շահում է 30$, եթե նետված երեք զառերից յուրաքանչյուրի վրա բացվում է «6»-ը, շահում է 20$, եթե դրանցից երկուսի վրա բացվում է «6»-ը, և 10$, եթե միայն մեկի վրա է բացվում «6»-ը: Գտնել խաղացողի շահած գումարի մաթ. սպասումը:

452. 10 արտադրանքներից 3-ը խոտան են: Պատահականորեն վերցնում են երկու արտադրանք: Գտնել դրանց մեջ գտնվող խոտան արտադրանքների թվի միջինը և դիսպերսիան:

453. 2 սպիտակ և 3 սև գնդիկ պարունակող սափորից պատահականորեն հանում են 2 գնդիկ: Գտնել դրանց մեջ սպիտակ գնդիկների թվի մաթ. սպասումը և դիսպերսիան:

454. A պատահույթի ի հայտ գալու հավանականությունը n անկախ փորձերից յուրաքանչյուրում հավասար է p-ի: Գտնել A պատահույթի ի հայտ գալու և ի հայտ չգալու թվերի տարբերության մաթ. սպասումը:

455. ξ պատահական մեծությունն ընդունում է ոչ բացասական ամբողջ արժեքներ, ընդ որում $E\xi < +\infty$: Ապացուցել, որ

$$E\xi = \sum_{i=1}^{n} P(\xi \geq i) :$$

456. ξ պատահական մեծությունը ընդունում է ոչ բացասական ամբողջ $n \geq 0$ արժեքներ

$$p_n = A\frac{k^n}{n!}$$

հավանականություններով: Գտնել A և k-ն, եթե հայտնի է, որ $E\xi = a$:

457. ξ պատահական մեծությունն ընդունում է ոչ բացասական ամբողջ արժեքներ

$$P(\xi = n) = \frac{a^n}{(1+a)^{n+1}}, \quad a > 0$$

հավանականություններով (Պասկալի բաշխում): Հաշվել $E\xi$-ն և $D\xi$-ն:

458. ξ պատահական մեծությունն ընդունում է դրական ամբողջ արժեքներ նվազող երկրաչափական պրոգրեսիա կազմող հավանականություններով: Գտնել այդ պրոգրեսիայի առաջին a անդամը և q հայտարարն այնպես, որ $E\xi = 10$:

459. ξ պատահական մեծությունն ընդունում է $0, 1, \ldots$ արժեքները նվազող երկրաչափական պրոգրեսիա կազմող հավանականություններով: ա) Գտնել $E\xi$-ի և $D\xi$-ի միջև եղած կախվածությունը:
բ) Գտնել $P(\xi = n)$, $n = 0, 1, \ldots$, եթե հայտնի է, որ $E\xi = a$:

460. Մետաղադրամը նետում են մինչև «գերբի» առաջին անգամ ի հայտ գալը: Գտնել նետումների թվի մաթ. սպասումը և դիսպերսիան:

461. Անկախ փորձերից յուրաքանչյուրում A պատահույթի ի հայտ գալու հավանականությունը հավասար է p-ի $(0 < p < 1)$: Փորձերը կատարում են մինչև A պատահույթի առաջին անգամ ի հայտ գալը: Գտնել կատարվող փորձերի ξ թվի մաթ. սպասումը և դիսպերսիան:

462. $[a, b]$ միջակայքում հավասարաչափ բաշխված ξ պատահական մեծության մաթ. սպասումը հավասար է $E\xi = 4$, իսկ դիսպերսիան՝ $D\xi = 3$: Գտնել ξ պատահական մեծության բաշխման խտությունը:

463. ξ պատահական մեծությունը բաշխված է Լապլասի օրենքով՝ $f(x) = ae^{-\lambda|x|}$, $\lambda > 0$: Գտնել a, $E\xi$, $D\xi$-ն:

464. ξ պատահական մեծությունը բաշխված է Ռելեի օրենքով՝

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ Axe^{-\lambda^2 x^2}, & x > 0 : \end{cases}$$

Գտնել A, $E\xi$, $D\xi$-ն:

465. ξ պատահական մեծությունն ունի

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^n}{n!}e^{-x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

հավանականությունների բաշխման խտություն: Գտնել $E\xi$ և $D\xi$-ն:

466. ξ պատահական մեծությունն ունի հետևյալ բաշխման օրենքը՝

ξ	-1	0	1
P	1/3	1/3	1/3

Գտնել ա) $\eta = |\xi|$ պատահական մեծության բաշխումը, բ) $E\eta$ և $D\eta$-ն:

467. ξ պատահական մեծությունն ունի հետևյալ բաշխման օրենքը՝

ξ	-1	0	1	2
P	0,2	0,1	0,3	0,4

Գտնել $\eta = 2^{\xi}$ պատահական մեծության մաթ. սպասումը և դիսպեր–սիան:

468. Դիցուք ξ պատահական մեծությունն ունի ցուցչային բաշխում λ պարամետրով: Գտնել $\eta = e^{-\xi}$ պատահական մեծության մաթ. սպա–սումը և դիսպերսիան:

469. ξ պատահական մեծությունը հավասարաչափ է բաշխված $[0,\ 1]$ միջակայքում: Գտնել ա) $E\sin^2\pi\xi$, բ) Ee^{ξ}:

470. ξ պատահական մեծությունն ունի հետևյալ բաշխման խտությունը՝

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}\cos x, & x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \\ 0, & x \notin \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \end{cases} :$$

Գտնել ա) $\eta = \sin\xi$, բ) $\eta = |\sin\xi|$ պատահական մեծության մաթ. սպասումը և դիսպերսիան:

471. Դիցուք $E\xi = 0$ և $E|\xi| = 1$: Գտնել ա) $E\max(0,\xi)$, բ) $E\min(0,\xi)$:

472. Դիցուք ξ պատահական մեծության բաշխման խտությունը հավասար է

$$f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)} :$$

Հաշվել $E\min(|\xi|,1)$:

473. l երկարություն ունեցող ձողը պատահականորեն կոտրել են 2 մասի: Գտնել փոքր մասի η երկարության բաշխման ֆունկցիան, $E\eta$-ն և $D\eta$-ն:

474. Երկչափ (ξ,η) պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման օրենքն է՝

$\eta \setminus \xi$	0	1
-1	0,1	0,2
0	0,2	0,3
1	0	0,2

Գտնել $\eta = 2\xi + \eta^2$ պատահական մեծության մաթ. սպասումը և դիսպերսիան:

475. Տրված է երկչափ պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման աղյուսակը՝

$\eta \setminus \xi$	0	1	2	3	4	5
0	0,01	0,05	0,12	0,02	0	0,01
1	0,02	0	0,01	0,05	0,02	0,02
2	0	0,05	0,1	0	0,3	0,05
3	0,01	0	0,02	0,01	0,03	0,1

Գտնել՝
1. $P(\xi = 2/\eta = 3)$, 3. $E(\xi + \eta)$, 5. $P(\xi + \eta < 5/\eta \leq 2)$,
2. $E(\xi/\eta = 1)$, 4. $E(\xi^2/\eta \leq 1)$, 6. $E(\xi\eta/\eta \leq 1)$:

476. Նետում են երկու զառ: Դիցուք ξ-ն բացված միավորների թիվն է առաջին զառի վրա, իսկ η-ն բացված երկու միավորներից մեծագույնն է: ա) Գտնել ξ և η պատահական մեծությունների համատեղ բաշխումը, բ) հաշվել $E\xi$, $D\xi$, $E\eta$, $D\eta$ և $cov(\xi, \eta)$-ն:

477. Գտնել $\zeta = 2\xi - 3\eta$ պատահական մեծության մաթ. սպասումը և դիսպերսիան, եթե

$$E\xi = 0,\ E\eta = 2,\ D\xi = 2,\ D\eta = 1,\ \rho(\xi, \eta) = -\frac{1}{\sqrt{2}}\ :$$

478. Նշանակենք երկու զառերի վրա բացված միավորների գումարը և տարբերությունը համապատասխանաբար ξ-ով և η-ով: Ապացուցել, որ ξ և η պատահական մեծությունները անկախ չեն:

479. ξ և η պատահական մեծություններն անկախ են և նորմալ բաշխված միևնույն (a, σ^2) պարամետրերով: Գտնել $v_1 = \alpha\xi + \beta\eta$ և $v_2 = \alpha\xi - \beta\eta$ պատահական մեծությունների կորելյացիայի գործակիցը:

480. Դիցուք ξ_1 և ξ_2-ը անկախ և միևնույն վերջավոր դիսպերսիա ունեցող պատահական մեծություններ են: Ապացուցել, որ $\eta_1 = \xi_1 + \xi_2$ և $\eta_1 = \xi_1 - \xi_2$ պատահական մեծությունները չկորելացված են:

481. ξ պատահական մեծությունը հավասարաչափ է բաշխված $[0, 1]$ հատվածում: Գտնել հետևյալ պատահական մեծությունների կորելյա–ցիայի գործակիցը՝

ա) ξ և ξ^2,

բ) ξ և ξ^3:

482. ξ պատահական մեծությունը հավասարաչափ է բաշխված $[-1,1]$ հատվածում: Գտնել հետևյալ պատահական մեծությունների կորելյա–ցիայի գործակիցը՝
ա) ξ և $\sin\frac{\pi\xi}{2}$,
բ) $\sin\frac{\pi\xi}{2}$ և $\cos\frac{\pi\xi}{2}$:

483. Դիցուք ξ և η-ն անկախ պատահական մեծություններ են, ընդ որում $E\xi=1, E\eta=2, D\xi=1, D\eta=4$: Գտնել հետևյալ պատահական մեծությունների մաթ. սպասումները՝
ա) $\xi^2+2\eta^2-\xi\eta-4\xi+\eta+4$,
բ) $(\xi+\eta+1)^2$:

484. Դիցուք ξ պատահական մեծությունն ունի հետևյալ խտության ֆունկցիան՝
ա) $f(x)=\begin{cases}0, & x<a\\ ke^{-k(x-a)}, & x\geq a,\end{cases}$
բ) $f(x)=\begin{cases}0, & x\notin[0,2]\\ 1-|x-1|, & x\in[0,2]:\end{cases}$
Հաշվել այդ պատահական մեծությունների մաթ. սպասումը և դիսպեր–սիան:

485. Դիցուք ξ և η-ն ընդունում են -1 կամ 1 արժեքները հետևյալ հավանականություններով՝

$$p(i,j)=P(\xi=i,\eta=j),\quad i=-1,1, j=-1,1:$$

Ենթադրենք $E\xi=E\eta=0$: Ապացուցել, որ $p(1,1)=p(-1,-1)$ և $p(-1,1)=p(1,-1)$ և գտնել $D\xi$, $D\eta$, $cov(\xi,\eta)$:

486. Դիցուք տրված է (ξ,η) երկչափ պատահական մեծության բաշ–խումը
$p(1,1)=1/9,\quad p(2,1)=1/3,\quad p(3,1)=1/9$

$p(1,2) = 1/9, \quad p(2,2) = 0, \quad p(3,2) = 1/18$
$p(1,3) = 0, \quad p(2,3) = 1/6, \quad p(3,3) = 1/9$:

ա) Գտնել $E(\xi/\eta = i) \quad i = 1,2,3$:

բ) Անկախ ե՞ն արդյոք ξ-ն և η-ն:

Բ

487. Սափորը պարունակում է N գնդիկ, որոնցից n-ը սպիտակ է: Հանել են m գնդիկ ($m \leq \min(n, N-n)$: Դիցուք ξ-ն հանված գնդիկների մեջ սպիտակ գնդիկների քանակն է: Գտնել ա) ξ պատահական մեծության բաշխումը (այն անվանում են հիպերերկրաչափական), բ) գտնել $E\xi$-ն և $D\xi$-ն:

488. 2 սպիտակ և 4 սև գնդիկ պարունակող սափորից հանում են 3 գնդիկ և տեղափոխում են երկրորդ սափոր, որտեղ կար 5 սպիտակ գնդիկ: Այնուհետև երկրորդ սափորից տեղափոխում են առաջին սափոր 4 գնդիկ: Որոշել երկու սափորներում սպիտակ գնդիկների ξ_1 և ξ_2 թվերի մաթ. սպասումները:

489. Դիցուք n անկախ փորձերում, որոնցից յուրաքանչյուրում A պատահույթի ի հայտ գալու թիվը հավասար է μ-ի, $P(A) = p$: ξ-ն պատահական մեծություն է, որն ընդունում է 0 կամ 1 արժեքներ՝ կախված μ-ի զույգ կամ կենտ լինելուց: Գտնել $E\xi$-ն:

490. m սպիտակ և n սև գնդիկ պարունակող սափորից հանում են մեկական գնդիկ, յուրաքանչյուր անգամ վերադարձնելով այն սափոր, մինչև սպիտակ գնդիկի առաջին անգամ ի հայտ գալը: Գտնել հանված սև գնդիկների թվի մաթ. սպասումը:

491. Դիցուք ξ-ն Բեռնուլիի անկախ փորձերի հաջորդականության առաջին փորձից սկսված «սերիայի» (հաջողությունների կամ անհաջողությունների) երկարությունն է: Գտնել ξ պատահական մեծության բաշխումը, $E\xi$ և $D\xi$-ն:

492. ξ պատահական մեծությունն ունի (α,β) պարամետրերով Γ-բաշխում, այսինքն նրա բաշխման խտությունը հավասար է

$$f(x)=\begin{cases}\frac{\alpha^\beta}{\Gamma(\beta)}x^{\beta-1}e^{-\alpha x}, & x\geq 0,\\ 0, & x<0:\end{cases}$$

Գտնել $E\xi$ և $D\xi$-ն:

493. ξ պատահական մեծությունն ունի Պուասոնի բաշխում λ պարամետրով: Հաշվել $E\frac{1}{1+\xi}$:

494. Դիցուք $F(x)$ բաշխման ֆունկցիա ունեցող ξ պատահական մեծությունն ունի մաթ. սպասում: Ապացուցել, որ

$$E\xi=-\int\limits_{-\infty}^{0}F(x)\,dx+\int\limits_{0}^{\infty}[1-F(x)]\,dx:$$

495. Դիցուք ξ պատահական մեծությունն ունի $F(x)$ բաշխման ֆունկցիա և գոյություն ունի նրա մաթ. սպասումը: Ապացուցել, որ տեղի ունեն հետևյալ առնչությունները՝

$$\lim_{x\to+\infty}x(1-F(x))=0,\quad \lim_{x\to-\infty}x\,F(x)=0:$$

496. ξ պատահական մեծությունն ունի հետևյալ բաշխման խտությունը՝

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\notin(0,1)\\ cx, & x\in(0,1):\end{cases}$$

Գտնել c հաստատունը և $\eta=\xi^2$ պատահական մեծության մաթ. սպասումը և դիսպերսիան:

497. ա) Գտնել $E|\xi|$-ն, եթե ξ պատահական մեծությունն ունի $(0,\sigma^2)$ պարամետրերով նորմալ բաշխում,

բ) Գտնել $E|\xi-a|$, եթե ξ-ն (a,σ^2) պարամետրերով նորմալ բաշխված պատահական մեծություն է:

498. $[0, a]$ հատվածի վրա պատահականորեն նշում են երկու կետ: Դիցուք η-ն նրանց միջև եղած հեռավորությունն է: Որոշել $E\eta$-ն և $D\eta$-ն:

499. P կետը հավասարաչափ է բաշխված $(0, 0)$ կենտրոնով և R շառավիղ ունեցող շրջանի մեջ: Դիցուք P կետի հեռավորությունը շրջանի կենտրոնից հավասար է η-ի: Գտնել $E\eta$-ն և $D\eta$-ն:

500. P կետը հավասարաչափ է բաշխված $(0, 0)$ կենտրոնով և R շառավիղ ունեցող շրջանագծի վրա: P կետից շրջանին տարված է շոշափող: Գտնել շոշափողի այն հատվածի ξ երկարության բաշխման ֆունկցիան և խտությունը, որը միացնում է P կետը $0X$ առանցքի նրա հատման կետի հետ: Գոյություն ունի՞ արդյոք $E\xi$-ն:

501. R շառավիղ ունեցող շրջանագծի վրա պատահականորեն վերցնում են երկու կետ: Գտնել դրանց միջև եղած ξ հեռավորության բաշխման ֆունկցիան և հաշվել $E\xi$-ն:

502. Դիցուք ξ և η-ն ոչ բացասական ամբողջ արժեքներ ընդունող անկախ պատահական մեծություններ են, ընդ որում $E\xi < +\infty$: Ապացուցել, որ

$$E \min(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^{\infty} P(\xi \geq i)\, P(\eta \geq i) :$$

503. Դիցուք ξ և η-ն $[0, 1]$ միջակայքում հավասարաչափ բաշխված պատահական մեծություններ են: Ապացուցել, որ ξ-ի և η-ի ցանկացած կախվածության դեպքում $E|\xi - \eta| \leq 1/2$: (Ցուցում՝ հաշվել $E|\xi - 1/2|$ և $E|\eta - 1/2|$ և օգտագործել $|x - y| \leq |x| + |y|$ անհավասարությունը:)

504. Դիցուք ξ պատահական մեծությունը նորմալ է բաշխված $(0, 1)$ պարամետրերով: Հաշվել $\eta = \cos\xi$ պատահական մեծության մաթ. սպասումը և դիսպերսիան:

505. Դիցուք $\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n$ դրական, միատեսակ բաշխված, անկախ պատահական մեծություններ են: Ապացուցել, որ եթե $k \leq n$, ապա

$$E\left(\frac{\xi_1 + \xi_2 + ... + \xi_k}{\xi_1 + \xi_2 + ... + \xi_n}\right) = \frac{k}{n} :$$

506. 1, 2, ..., 29, 30 թվերից անվերադարձ նմուշահանման սխեմայով վերցնում են փասը թիվ: Գտնել նշված թվերի գումարի մաթեմատիկական սպասումը: (Ցուցում՝ դիցուք ξ_k-ն, $k = 1, 2, ..., 10$, k-րդ նշված թիվն է: Ապացուցել, որ ξ_k-երը միապեսակ են բաշխված):

507. Գրված են n նամակներ, սակայն ծրարները հասցեագրված են պատահական կարգով: Դիցուք ξ-ն այն նամակների թիվն է, որոնք հասել են իրենց հասցեատերերին: Գտնել $E\xi$-ն և $D\xi$-ն:

508. Ապացուցել, որ $E\xi\eta = E\xi E\eta$ հավասարությունից ընդհանուր դեպքում չի բխում ξ-ի և η-ի անկախությունը:

509. Ապացուցել, որ $E\xi\eta = E\xi E\eta$ հավասարությունից բխում է ξ-ի և η-ի անկախությունը, եթե ξ-ն և η-ն յուրաքանչյուրն ընդունում են երկու արժեք:

510. Դիցուք ξ պատահական մեծությունն ունի ցուցչային բաշխում λ պարամետրով, իսկ φ-ն հավասարաչափ է բաշխված $[0, 2\pi]$ միջակայ– քում: Գտնել $\eta = \sin(\xi + \varphi)$ պատահական մեծության մաթ. սպասումը, եթե ξ-ն և φ-ն անկախ են:

511. Դիցուք ξ_1 և ξ_2-ը (a, σ^2) պարամետրերով անկախ, նորմալ բաշխված պատահական մեծություններ են: Ապացուցել, որ

$$E\max(\xi_1, \xi_2) = a + \frac{\sigma}{\sqrt{\pi}}, \qquad E\min(\xi_1, \xi_2) = a - \frac{\sigma}{\sqrt{\pi}}:$$

512. Դիցուք (ξ, η) վեկտորն ունի նորմալ բաշխում, ընդ որում $E\xi = E\eta = 0$, $E\xi^2 = E\eta^2 = 1$, $E\xi\eta = \rho$: Ապացուցել, որ

$$E\max(\xi, \eta) = \sqrt{\frac{1-\rho}{\pi}}:$$

513. Դիցուք $\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n$-ը վերջավոր մաթ. սպասումներ ունեցող պատահական մեծություններ են: Ապացուցել, որ

$$E\max\{\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n\} \geq \max\{E\xi_1, E\xi_2, ..., E\xi_n\},$$

$$E\min\{\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n\} \le \min\{E\xi_1, E\xi_2, ..., E\xi_n\} :$$

514. ξ և η պատահական մեծություններն ունեն վերջավոր դիսպեր– սիաներ՝ $D\xi = \sigma_1^2$, $D\eta = \sigma_2^2$: Գտնել $D(\xi+\eta)$-ի փոփոխման միջակայքը:

515. Ապացուցել, որ եթե ξ և η պատահական մեծություններն անկախ են, ապա

$$D\xi\eta = D\xi D\eta + (E\xi)^2 D\eta + (E\eta)^2 D\xi, \quad \text{այսինքն} \quad D\xi\eta \ge D\xi D\eta :$$

516. Գտնել համապատասխանաբար $[0, 1]$ և $[1,\ 3]$ միջակայքերում հավասարաչափ բաշխված ξ և η անկախ պատահական մեծությունների $\xi \cdot \eta$ արտադրյալի մաթ. սպասումը:

517. (ξ, η) պատահական կետը հավասարաչափ է բաշխված $R = [0, 1] \times [0, 1]$ քառակուսու ներսում: Գտնել $\zeta = \xi \cdot \eta$ պատահական մեծության մաթ. սպասումը և դիսպերսիան:

518. (ξ, η) պատահական կետը հավասարաչափ է բաշխված (0, 0) կենտրոն և $r = 1$ շառավիղ ունեցող շրջանի ներսում: Գտնել $\zeta = \xi \cdot \eta$ պատահական մեծության մաթ. սպասումը և դիսպերսիան:

519. ξ պատահական մեծությունը հավասարաչափ է բաշխված $[a, b]$ միջակայքում: Գտնել a և b-ն, եթե $E\xi^2 = 1$, $E\xi = -E\xi^3$:

520. Դիցուք $\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n$ պատահական մեծություններն անկախ են, ունեն 0-ին հավասար մաթ. սպասումներ և վերջավոր երրորդ կարգի մոմենտներ: Ապացուցել, որ

$$E\left(\sum_{k=1}^{n} \xi_k\right)^3 = \sum_{k=1}^{n} E\xi_k^3 :$$

521. Հաշվել λ պարամետրով ցուցչային բաշխում ունեցող ξ պա– տահական մեծության սկզբնական մոմենտները:

522. Հաշվել (a, σ^2) պարամետրերով նորմալ բաշխված ξ պատա– հական մեծության կենտրոնական մոմենտները:

523. Դիցուք ξ պատահական մեծությունն ընդունում է վերջավոր թվով ոչ բացասական $x_1, x_2, ..., x_n$ արժեքներ: Ապացուցել, որ

$$\lim_{n\to\infty} \frac{E\xi^{n+1}}{E\xi^n} = \max_{1\le i\le k} x_i, \qquad \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{E\xi^n} = \max_{1\le i\le k} x_i:$$

524. Ապացուցել, որ եթե $E\xi^2 = E\xi^3 = E\xi^4$, ապա ξ պատահական մեծությունը դիսկրետ է և կարող է ընդունել միայն երկու՝ 0 և 1 արժեքներ:

525. Ապացուցել, որ եթե $E\xi^{2n}$, $E\xi^{2n+1}$, $E\xi^{2n+2}$ թվերը հանդիսանում են թվաբանական պրոգրեսիայի հաջորդական անդամներ, ապա նրանք իրար հավասար են, իսկ ξ մեծությունը դիսկրետ է և կարող է ընդունել միայն 0 և 1 արժեքները:

526. ξ պատահական մեծությունն ընդունում է $\pm 1, \pm 2$ արժեքները յուրաքանչյուրը 1/4 հավանականությամբ, իսկ $\eta = \xi^2$: ա) Գտնել ξ-ի և η-ի համատեղ բաշխումը: բ) Ապացուցել, որ $\rho(\xi, \eta) = 0$: գ) Ապացուցել, որ ξ-ն և η-ն անկախ չեն:

527. (ξ, η) պատահական վեկտորն ունի հետևյալ բաշխման օրենքը՝

$\eta \setminus \xi$	-1	0	1
0	1/12	1/12	1/12
1	0	1/4	1/4
2	1/8	0	1/8

Գտնել նրա դիսպերսիոն մատրիցը:

528. Բերել երկու պատահական մեծությունների օրինակ, որոնց կոռելյացիայի գործակիցը հավասար է 0-ի, սակայն դրանք անկախ չեն:

529. ξ և η պատահական մեծություններն անկախ են և $P(\xi = 1) = P(\xi = -1) = 1/2$, $P(\eta = 1) = P(\eta = -1) = 1/4$, $P(\eta = 0) = 1/2$: Կլինե՞ն արդյոք $\xi \cdot \eta$ և η պատահական մեծությունները ա) անկախ, բ) չկորելացված:

530. (ξ,η) պատահական վեկտորը հավասարաչափ է բաշխված $(0,0)$, $(0,\ 1)$, $(1,\ 0)$ գագաթներ ունեցող եռանկյան ներսում: Գտնել ξ-ի և η-ի կորելյացիայի գործակիցը:

531. Դիցուք $\xi \sim N(0,\sigma)$: Գտնել (ξ,ξ^3) պատահական վեկտորի դիսպերսիոն մատրիցը:

532. $\xi_1,\xi_2,...,\xi_n$ պատահական մեծություններից յուրաքանչյուր երկուսի կորելյացիայի գործակիցը հավասար է ρ-ի: Ապացուցել, որ

$$\rho \geq \frac{-1}{n-1}\ :$$

533. $\xi_1,\xi_2,...,\xi_{n+m}$, $(n \geq m)$ պատահական մեծություններն անկախ են, միապեսակ բաշխված և ունեն վերջավոր դիսպերսիաներ: Գտնել $\eta_1 = \xi_1+\xi_2+...+\xi_n$ և $\eta_2 = \xi_{m+1}+\xi_{m+2}+...+\xi_{m+n}$ պատահական մեծությունների կորելյացիայի գործակիցը:

534. Դիցուք ξ և η պատահական մեծությունները նորմալ են բաշխված, ընդ որում $E\xi = E\eta = 0$ և դրանց կորելյացիայի գործակիցը հավասար է ρ-ի: Գտնել ξ^2 և η^2 պատահական մեծությունների կորելյացիայի գործակիցը:

535. Դիցուք $E\xi = E\eta = 0$, $D\xi = D\eta = 1$ պայմաններին բավարարող ξ և η պատահական մեծությունների կորելյացիայի գործակիցը հավասար է ρ-ի: Ապացուցել, որ

$$E\max\{\xi^2,\eta^2\} \leq 1+\sqrt{1-\rho^2}\ :$$

536. Դիցուք

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2-x^2}{8}e^{-x}, & 0<y<\infty, \quad -y\leq x\leq y \\ 0, & \text{մնացած դեպքերում} \end{cases}$$

(ξ,η) երկչափ պատահական մեծության համատեղ խտության ֆունկցիան է: Ցույց տալ, որ $E(\xi/\eta = y) = 0$:

537. Դիցուք

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{e^{-\frac{x}{y}} e^{-y}}{y}, & 0 < x < \infty, \quad 0 < y < \infty \\ 0, & \text{մնացած դեպքերում} \end{cases}$$

(ξ, η) երկչափ պատահական մեծության համատեղ խտության ֆունկ–ցիան է: Ցույց տալ, որ $E(\xi/\eta = y) = y$:

538. Դիցուք

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{e^{-y}}{y}, & 0 < x < y, \quad 0 < y < \infty \\ 0, & \text{մնացած դեպքերում} \end{cases}$$

(ξ, η) երկչափ պատահական մեծության համատեղ խտության ֆունկ–ցիան է: Գտնել $E(\xi^2/\eta = y)$:

539. Դիցուք ξ և η-ն համապատասխանաբար λ_1 և λ_2 պարամետ–րերով Պուասոնի բաշխում ունեցող անկախ պատահական մեծություն–ներ են: Գտնել $E(\xi/\xi + \eta = n)$:

540. Դիցուք

$$f(x,y) = \begin{cases} 6xy(2 - x - y), & 0 < x < 1, \quad 0 < y < 1 \\ 0, & \text{մնացած դեպքերում} \end{cases}$$

(ξ, η) երկչափ պատահական մեծության համատեղ խտության ֆունկ–ցիան է: Գտնել $E(\xi/\eta = y)$, որտեղ $0 < y < 1$:

541. Դիցուք

$$f(x,y) = \begin{cases} 4y(x - y)e^{-(x+y)}, & 0 < x < \infty, \quad 0 \leq y \leq x \\ 0, & \text{մնացած դեպքերում} \end{cases}$$

(ξ, η) երկչափ պատահական մեծության համատեղ խտության ֆունկ–ցիան է: Գտնել $E(\xi/\eta = y)$:

542. Դիցուք

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{2}ye^{-xy}, & 0<x<\infty, \quad 0<y<2\\ 0, & \text{մնացած դեպքերում}\end{cases}$$

(ξ,η) երկչափ պատահական մեծության համատեղ խտության ֆունկ–ցիան է: Գտնել $E(e^{\xi/2}/\eta=1)$:

543. Դիցուք

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{2e^{-2x}}{x}, & 0\le x<\infty, \quad 0\le y\le x\\ 0, & \text{մնացած դեպքերում}\end{cases}$$

(ξ,η) երկչափ պատահական մեծության համատեղ խտության ֆունկ–ցիան է: Գտնել $cov(\xi,\eta)$:

544. Դիցուք տրված է (ξ,η) երկչափ պատահական մեծության հա–մատեղ խտության ֆունկցիան

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{y}e^{-(y+x/y)}, & x>0, \quad y>0\\ 0, & \text{մնացած դեպքերում :}\end{cases}$$

Գտնել $E\xi$, $E\eta$, $cov(\xi,\eta)$:

545. Զառը նետում են 3 անգամ: Դիցուք ξ-ն «1»-երի ի հայտ գալու թիվն է, իսկ η-ն՝ «2»-երի: Գտնել $cov(\xi,\eta)$:

546. Ջրավազանում կա 100 ձուկ, որոնցից 30-ը կարպ են: Գտնել պատահականորեն վերցված 20 ձկների մեջ կարպերի թվի մաթ. սպա–սումը և դիսպերսիան:

547. Դիցուք $\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n$ անկախ միատեսակ բաշխված պատահա–կան մեծությունները ունեն հավասարաչափ բաշխում $[0,1]$ միջակայ–քում: Գտնել $E(min(\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n))$ և $E(max(\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n))$:

548. N մարդ իրենց գլխարկները դնում են սենյակում: Գլխարկները խառնվում են և յուրաքանչյուրը պատահականորեն վերցնում է մեկը:

Գտնել այն մարդկանց թվի մաթ. սպասումը և դիսպերսիան, որոնք ընտրել են իրենց սեփական գլխարկները:

549. Ենթադրենք արկղում կա $2N$ քարտ, որոնցից երկուսի վրա նշված է 1, երկուսի վրա նշված է 2 և այլն: Պատահականորեն վերցնում են m քարտ: Հաշվել այն զույգ քարտերի թվի մաթ. սպասումը, որոնք դեռևս մնում են արկղի մեջ:

550. Դիցուք $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$-ը σ^2 դիսպերսիայով անկախ, միատեսակ բաշխված պատահական մեծություններ են: Ապացուցել, որ

$$cov(\xi_i - \xi, \xi) = 0, \text{որտեղ } \xi = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\xi_i :$$

551. Դիցուք ξ-ն $N(0,1)$ ստանդարտ նորմալ բաշխված պատահական մեծություն է և $\eta = a + b\xi + c\xi^2$: Ցույց տալ, որ

$$\rho(\xi,\eta) = \frac{b}{\sqrt{b^2+2c^2}} :$$

Մեծ թվերի օրենք

Չեբիշևի անհավասարություն
ա) Եթե $\xi \geq 0$ վերջավոր $E\xi$ մաթեմատիկական սպասում ունեցող պատահական մեծություն է, ապա

$$P(\xi \geq \varepsilon) \leq \frac{E\xi}{\varepsilon}, \quad \varepsilon > 0 :$$

բ) Եթե ξ պատահական մեծությունն ունի վերջավոր $D\xi$ դիսպերսիա, ապա

$$P(|\xi - E\xi| \geq \varepsilon) \leq \frac{D\xi}{\varepsilon^2}, \quad \varepsilon > 0 :$$

Ասում են, որ $\{\xi_n\}_{n=1,2,\ldots}$ հաջորդականությունը ենթարկվում է մեծ թվերի օրենքին, եթե $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n, \ldots$ պատահական մեծությունների հաջորդականության համար տեղի ունի

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\left|\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\xi_k - \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}E\xi_k\right| < \varepsilon\right) = 1 :$$

Չեբիշևի թեորեմ: Անկախ և սահմանափակ դիսպերսիաներ ունեցող պատահական մեծությունների $\{\xi_n\}_{n=1,2,\ldots}$ հաջորդականությունը են– թարկվում է մեծ թվերի օրենքին:

Չեբիշևի թեորեմի հետևանքները:
ա) Բեռնուլիի թեորեմ՝

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\left|\frac{m}{n} - p\right| < \varepsilon\right) = 1,$$

որտեղ $\varepsilon > 0$ ցանկացած թիվ է, m-ը n անկախ փորձերի ընթացքում A պատահույթի հանդես գալու թիվն է, p-ն A պատահույթի հավանա– կանությունն է յուրաքանչյուր փորձում:
բ)

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\left|\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\xi_k - a\right| < \varepsilon\right) = 1,$$

որտեղ $\varepsilon > 0$ ցանկացած թիվ է, $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n, \ldots$ միատեսակ բաշխ– ված վերջավոր դիսպերսիա ունեցող պատահական մեծություններ են, $E\xi_k = a$ $(n = 1, 2, \ldots)$
գ) **Պուասոնի թեորեմ**՝

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\left|\frac{m}{n} - \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}p_k\right| < \varepsilon\right) = 1,$$

որտեղ $\varepsilon > 0$, p_k-ն $(k = 1, 2, \ldots)$ A պատահույթի հավանականությունն է k-րդ փորձում: m-ը n անկախ փորձերում A պատահույթի երևումների թիվն է:

Մարկովի թեորեմ: $\{\xi_n\}_{n=1,2,\ldots}$ հաջորդականությունը ենթարկվում է մեծ թվերի օրենքին, եթե

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^2} D\left(\sum_{k=1}^{n}\xi_k\right) = 0 :$$

Կասենք, որ η_n պատահական մեծությունների հաջորդականությունը ըստ բաշխման զուգամիտում է η պատահական մեծությանը, եթե նրանց $F_n(x)$ բաշխման ֆունկցիաները զուգամիտում են $F(x)$ բաշխման ֆունկ- ցիային $F(x)$ ֆունկցիայի բոլոր անընդհատության կետերում: Կարճ գրում են՝ $\eta_n \xrightarrow{D} \eta$:

Կասենք, որ η_n պատահական մեծությունների հաջորդականությու- նը ըստ հավանականության զուգամիտում է η պատահական մեծությա- նը, եթե կամայական $\varepsilon > 0$ թվի համար

$$P\{\omega :\, |\eta_n(\omega) - \eta(\omega)| \geq \varepsilon\} \to 0, \quad \text{երբ} \quad n \to \infty :$$

Կարճ գրում են՝ $\eta_n \xrightarrow{P} \eta$:

Կասենք, որ η_n պատահական մեծությունների հաջորդականությու- նը համարյա հավաստի զուգամիտում է η պատահական մեծությանը, եթե

$$P\{\omega :\, \eta(\omega) \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} \eta(\omega)\} = 1 :$$

Կարճ գրում են՝ $\eta_n \xrightarrow{h.h.} \eta$:

Կասենք, որ η_n պատահական մեծությունների հաջորդականությու- նը r-րդ կարգի միջին իմաստով $(r \in (0, +\infty))$ զուգամիտում է η պա- տահական մեծությանը, եթե $E|\eta_n|^r < \infty$ բոլոր n-երի համար և

$$E|\eta_n - \eta|^r \to 0, \quad \text{երբ} \quad n \to \infty :$$

Կարճ գրում են՝ $\eta_n \xrightarrow{(r)} \eta$:

$\{\xi_n\}_{n=1,2,\ldots}$ պատահական մեծությունների հաջորդականությունը $(E\xi_k = 0,\, k = 1, 2, \ldots)$ ենթարկվում է մեծ թվերի ուժեղացված օրենքին, եթե

$$P\left(\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} \xi_k \to 0\right) = 1 :$$

Ա

552. Օգտվելով Չեբիշևի անհավասարությունից, գնահատել հետևյալ հավանականությունը՝ $P(|\xi - E\xi| \geq 2\sigma)$, որտեղ $\sigma^2 = D\xi$:

553. Օգտվելով Չեբիշևի անհավասարությունից, գնահատել հետևյալ հավանականությունը՝ $P(|\xi - E\xi| < 3\sigma)$, որտեղ $\sigma^2 = D\xi$:

554. Տրված է ξ պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման օրենքը՝

ξ	0,3	0,6
P	0,2	0,8

:

Գնահատել հետևյալ հավանականությունը՝ $P(|\xi - E\xi| < 0,2)$:

555. Տրված է ξ պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման օրենքը՝

ξ	0,1	0,4	0.6
P	0,2	0,3	0,5

:

Գնահատել հետևյալ հավանականությունը՝ $P(|\xi - E\xi| < \sqrt{0,4})$:

556. Տրված է ξ պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման օրենքը՝

ξ	-3	-2	-1	0	1	2	3
P	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1

:

Գտնել $P(|\xi| \geq 1)$ հավանականության ճշգրիտ արժեքը և այն համեմատել Չեբիշևի անհավասարությունից ստացված գնահատականի հետ:

557. Մեկ պունկ կարտոֆիլի միջին քաշը 100 գ է: Գնահատել պատահական պունկ կարտոֆիլի կշիռը 300 գրամից ոչ ավելի լինելու հավանականությունը:

558. Մեծ թվով կշռումների դեպքում մարմնի միջին կշիռը ստացվել է 5,25 կգ: Կշռի միջին քառակուսային շեղումը հավասար է 0,02 կգ:

Գնահատել մեկ պատահական կշռման արդյունքի 5,2 կգ-ից 5,3 կգ-ի սահմաններում գտնվելու հավանականությունը:

559. Տվյալ պեղամասի մեկ պարվա ընթացքում պեղումների քանակի մաթեմատիկական սպասումը 55 սմ է: Գնահատել այդ պեղամասում 155 սմ-ից ոչ պակաս քանակությամբ պեղումներ լինելու հավանականությունը:

560. Դիցուք ξ պատահական մեծության մաթ. սպասումը և դիսպերսիան հավասար են 20-ի: Գնահատել $P(0 \leq \xi \leq 40)$:

561. Օգտվելով Չեբիշևի անհավասարությունից, գտնել դրամի 100 նետումների դեպքում գերբի երևումների հաճախության մեկ փորձում ի հայտ գալու հավանականությունից ունեցած շեղման 0,1-ին չգերազանցելու հավանականությունը:

562. Որոշել $|\frac{m}{n} - \frac{1}{2}| < \frac{1}{100}$ պատահույթի հավանականության ստորին եզրը, որտեղ m-ը n անկախ փորձերում A պատահույթի երևումների թիվն է և A պատահույթի հավանականությունը անկախ փորձերից յուրաքանչյուրում հավասար է $\frac{1}{2}$, եթե $n = 10000; n = 100000$:

563. A պատահույթի հավանականությունը անկախ փորձերից յուրաքանչյուրում հավասար է 0,25: Օգտվելով Չեբիշևի անհավասարությունից, գնահատել հետևյալ հավանականությունը՝ $P(150 \leq m \leq 250)$, որտեղ m-ը 800 անկախ փորձերում A պատահույթի երևումների թիվն է:

564. Օգտվելով Չեբիշևի անհավասարությունից, գնահատել հետևյալ հավանականությունը՝ $P(40 \leq m \leq 60)$, որտեղ m-ը 100 անկախ փորձերում A պատահույթի երևումների թիվն է: A պատահույթի հավանականությունը անկախ փորձերից յուրաքանչյուրում հավասար է 0,5-ի:

565. 0,99-ից ոչ պակաս հավանականությամբ, ինչպիսի վերին եզր կարելի է նշել $|\frac{m}{n} - \frac{1}{3}|$ արտահայտության համար, որտեղ m-ը n անկախ

փորձերում A պատահույթի երևումների թիվն է և A պատահույթի հավանականությունը անկախ փորձերից յուրաքանչյուրում հավասար է $\frac{1}{3}$, եթե $n = 10000$:

566. Օգտվելով Չեբիշևի անհավասարությունից գտնել ε-ը, եթե $P(|\xi - E\xi| < \varepsilon) > 0,9$ և $D\xi = 0,009$:

567. Ուսանողը հանձնում է քննություն, որի արդյունքը 75 միջինով և 25 դիսպերսիայով պատահական մեծություն է: ա) Գտնել քննությունը 85 միավորից բարձր ստանալու հավանականության վերին արժեքը: բ) Գնահատել ուսանողի ստացած միավորի 65-ից 85 միավորի միջև լինելու հավանականությունը: գ) Քանի՞ ուսանող պետք է հանձնի քննություն, որպեսզի 0,9-ից ոչ պակաս հավանականությամբ նրանց ստացած միավորի միջին շեղումը 75 արժեքից լինի 5-ից ոչ ավելի:

568. Դիցուք ξ-ն $(0, 10)$ միջակայքում հավասարաչափ բաշխված պատահական մեծություն է: Գնահատել $P(|\xi - 5| > 4)$ հավանականությունը և համեմատել այն ճշգրիտ արժեքի հետ:

569. Տրված է $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n, \ldots$ անկախ պատահական մեծությունների հաջորդականությունը, ընդ որում յուրաքանչյուր ξ_n ունի հետևյալ բաշխման օրենքը՝

ξ_n	$-\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3}$
p_n	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

$(n = 1, 2, \ldots)$:

Ապացուցել, որ այդ հաջորդականությունը ենթարկվում է մեծ թվերի օրենքին:

570. Տրված է $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n, \ldots$ անկախ պատահական մեծությունների հաջորդականությունը, ընդ որում յուրաքանչյուր ξ_n ունի հետևյալ բաշխման օրենքը՝

ξ_n	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$
p_n	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

$(n = 1, 2, \ldots)$:

Ապացուցել, որ այդ հաջորդականությունը ենթարկվում է մեծ թվերի օրենքին:

571. Տրված է $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n, \ldots$ անկախ պատահական մեծություններ հաջորդականությունը, ըստ որում յուրաքանչյուր ξ_n ունի հետևյալ բաշխման օրենքը՝

ξ_n	$-n\alpha$	0	$n\alpha$
p_n	$\frac{1}{2^n}$	$1-\frac{1}{2^{n-1}}$	$\frac{1}{2^n}$

$(n = 1, 2, \ldots)$:

Ապացուցել, որ այդ հաջորդականությունը ենթարկվում է մեծ թվերի օրենքին:

572. Տրված է $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n, \ldots$ անկախ պատահական մեծություններ հաջորդականությունը, ըստ որում յուրաքանչյուր ξ_n ունի հետևյալ բաշխման օրենքը՝

ξ_n	$-\alpha$	α
p_n	$\frac{n}{2n+1}$	$\frac{n+1}{2n+1}$

$(n = 1, 2, \ldots)$:

Ապացուցել, որ այդ հաջորդականությունը ենթարկվում է մեծ թվերի օրենքին:

573. Տրված է $\xi_2, \xi_3, \ldots, \xi_n, \ldots$ անկախ պատահական մեծություններ հաջորդականությունը, ըստ որում յուրաքանչյուր ξ_n ունի հետևյալ բաշխման օրենքը՝

ξ_n	$-\sqrt{n}$	0	$\sqrt{n}$
p_n	$\frac{1}{\sqrt{n}}$	$1-\frac{2}{\sqrt{n}}$	$\frac{1}{\sqrt{n}}$

$(n = 2, 3, \ldots)$:

Այդ հաջորդականությունը ենթարկվու՞մ է մեծ թվերի օրենքին, թե ոչ (օգտվել Մարկովի թեորեմից):

574. Տրված է $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n, \ldots$ անկախ պատահական մեծություններ հաջորդականությունը, ըստ որում յուրաքանչյուր ξ_n ունի հետևյալ բաշխման օրենքը՝

ξ_n	$-n\alpha$	0	$n\alpha$
p_n	$\frac{1}{2n^2}$	$1-\frac{1}{n^2}$	$\frac{1}{2n^2}$

$(n = 1, 2, \ldots)$:

Այդ հաջորդականության նկատմամբ կարելի է՞ կիրառել Չեբիշևի թեո–րեմը:

575. Տրված է $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n, \ldots$ անկախ պատահական մեծություն–ների հաջորդականությունը, ընդ որում յուրաքանչյուր ξ_n ունի հետևյալ բաշխման օրենքը՝

ξ_n	$-\sqrt{\ln n}$	$\sqrt{\ln n}$
p_n	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

$(n = 1, 2, \ldots)$:

Այդ հաջորդականությունը ենթարկվում է՞ մեծ թվերի օրենքին, թե՝ ոչ (օգտվել Մարկովի թեորեմից):

Բ

576. Ապացուցել, որ եթե ξ պատահական մեծությունը ունի վերջա–վոր չորրորդ կարգի μ_4 կենտրոնական մոմենտ, ապա

$$P(|\xi - E\xi| \geq \varepsilon) \leq \frac{\mu_4}{\varepsilon^4} :$$

577. Դիցուք $f(x) > 0$ չնվազող ֆունկցիա է: Ապացուցել, որ եթե գոյություն ունի $Ef(|\xi - E\xi|)$ մաթ. սպասումը, ապա

$$P(|\xi - E\xi| \geq \varepsilon) \leq \frac{Ef(|\xi - E\xi|)}{f(\varepsilon)} :$$

578. Ապացուցել, որ ցանկացած ξ պատահական մեծության համար տեղի ունի հետևյալ անհավասարությունը

$$P(\xi > t^2 + \ln(Ee^{\xi})) < e^{-t^2} :$$

579. Որոշել Բեռնուլիի մոդելում անկախ փորձերի n թիվը, որի դեպ–քում

$$P\left(\left|\frac{m}{n} - \frac{1}{2}\right| < \frac{1}{100}\right) > 0,99 :$$

580. Զառը նետելիս խաղացողը շահում է 8$, եթե բացվում է «6»-ը և վճարում 1$՝ հակառակ դեպքում: Գնահատել զառի $n = 1000$ նետում–ների դեպքում խաղացողի շահած գումարը 250$-ից մեծ լինելու հավա–նականությունը:

581. Զառը նետելիս խաղացողը շահում է 4 $, եթե բացվում է «6»-ը և վճարում 1$՝ հակառակ դեպքում: Գնահատել զառի $n = 10000$ նետումների դեպքում խաղացողի պարփված գումարը 200$-ից ոչ պակաս լինելու հավանականությունը:

582. Երկու զառ նետելիս խաղացողը շահում է այնքան դրամ, որքան զառերի վրա բացված թվերի տարբերությունն է, եթե դրանք միմյանց հավասար չեն, հակառակ դեպքում խաղացողը վճարում է այնքան դրամ, որքան զառերի վրա բացված թվերի գումարն է: 0,99 հավանականությամբ ինչպիսի շահում կարելի է երաշխավորել խաղացողին, եթե խաղը կրկնվում է $n = 3000$ անգամ:

583. Ապացուցել

$$P\left(\sum_{i=1}^{n} p_i - m \geq 2t\sqrt{\sum_{i=1}^{n} p_i q_i}\right) < e^{-t^2},$$

անհավասարությունը, որտեղ p_i-ն i -րդ փորձում A պատահույթի հավանականությունն է ($q_i = 1 - p_i$), m-ը՝ n անկախ փորձերում A պատահույթի հանդես գալու թիվն է:

584. 2500 անկախ պատահական մեծություններից յուրաքանչյուրի դիսպերսիան չի գերազանցում 5-ին: Գնահատել այդ պատահական մեծությունների միջին թվաբանականի՝ նրանց մաթեմատիկական սպասումների միջին թվաբանականից ունեցած շեղման 0,4-ին չգերազանցելու հավանականությունը:

585. Տրված է $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n, \ldots$ անկախ պատահական մեծությունների հաջորդականությունը, ըստ որում յուրաքանչյուր ξ_n ունի հետևյալ բաշխման օրենքը՝

ξ_n	n^s	n^{-s}
p_n	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

$(n = 1, 2, \ldots)$:

s-ի ո՞ր արժեքի դեպքում հաջորդականությունը կենթարկվի մեծ թվերի օրենքին (օգտվել Մարկովի թեորեմից):

586. Անկախ փորձերից յուրաքանչյուրում A պատահույթի հանդես գալու հավանականությունը՝ $P(A) = p$, $(P(\bar{A}) = 1 - p)$: Նշանակենք ξ_i-ով $(i = 1, 2, \ldots)$ i-րդ փորձում A պատահույթի հանդես գալու թիվը: Ապացուցել, որ այդ պատահական մեծությունների հաջորդականությունը ենթարկվում է մեծ թվերի օրենքին (օգտվել Մարկովի թեորեմից):

587. Ապացուցել, որ եթե պատահական մեծությունների դիսպերսիաների հաջորդականությունը սահմանափակ է, ընդ որում յուրաքանչյուր պատահական մեծություն կախված է միայն հարևան պատահական մեծություններից, ենթարկվում է մեծ թվերի օրենքին:

588. Տրված է $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n, \ldots$ պատահական մեծությունների հաջորդականությունը, ընդ որում $D\xi_n \leq C (n = 1, 2, \ldots)$ և $r_{ij} \to 0$, երբ $|i-j| \to \infty$ (r_{ij}-ն ξ_i և ξ_j պատահական մեծությունների կորելյացիայի գործակիցն է): Ապացուցել, որ այդ հաջորդականությունը ենթարկվում է մեծ թվերի օրենքին (Բեռնշտեյնի թեորեմ):

589. Ապացուցել, որ $\frac{D\xi_n}{n} \to 0$, երբ $n \to \infty$ պայմանին բավարարող $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n, \ldots$ անկախ պատահական մեծությունների հաջորդականությունը ենթարկվում է մեծ թվերի օրենքին (Խինչինի թեորեմ):

590. Ապացուցել, որ եթե $|\xi_n| \leq k$ և $\lim\limits_{n\to\infty} \xi_n \stackrel{p}{=} a$, ապա $\lim\limits_{n\to\infty} E\xi_n = a$: Ցույց տալ, որ $|\xi_n| \leq k$ $(k = 1, 2, \ldots)$ պայմանը կարևոր է: Ինչպե՞ս կարելի է թուլացնել այդ պայմանը:

Բնութագրիչ ֆունկցիա

ξ պատահական մեծության բնութագրիչ ֆունկցիա կոչվում է

$$\varphi_\xi(t) = Ee^{it\xi} = \int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{itx} dF_\xi(x)$$

ֆունկցիան, որտեղ $F_\xi(x)$-ը ξ-ի բաշխման ֆունկցիան է: Դիսկրետ պա–տահական մեծության համար բնութագրիչ ֆունկցիան կլինի՝

$$\varphi_\xi(t) = \sum_k e^{itx_k} p_k,$$

որտեղ $p_k = P(\xi = x_k)$: Բացարձակ անընդհատ պատահական մե–ծության համար՝

$$\varphi_\xi(t) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{itx} f_\xi(x) dx,$$

որտեղ $f_\xi(x)$-ը ξ պատահական մեծության խտության ֆունկցիան է:

Բնութագրիչ ֆունկցիան հավասարաչափ անընդհատ է t-ի նկատմամբ ամբողջ առանցքի վրա, ընդ որում

$$\varphi(0) = 1, \quad |\varphi(t)| \leq 1, \quad -\infty < t < \infty :$$

Եթե $\eta = a\xi + b$, ապա

$$\varphi_\eta(t) = \varphi_\xi(at) e^{itb} :$$

Եթե ξ և η-ն անկախ պատահական մեծություններ են, ապա

$$\varphi_{\xi+\eta}(t) = \varphi_\xi(t) \cdot \varphi_\eta(t) :$$

Եթե ξ պատահական մեծության n-րդ կարգի սկզբնական մոմենտը վերջավոր է, ապա բնութագրիչ ֆունկցիան n անգամ դիֆերենցելի է և

$$\varphi^{(k)}(0) = i^k \cdot E\xi^k, \quad k \leq n :$$

Եթե $\varphi_\xi(t)$ բնութագրիչ ֆունկցիան բացարձակ ինտեգրելի է ամբողջ առանցքի վրա, ապա $f_\xi(x)$ խտության ֆունկցիան արտահայտվում է $\varphi_\xi(t)$ բնութագրիչ ֆունկցիայի միջոցով հետևյալ բանաձևով՝

$$f_\xi(x) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{-itx} \varphi_\xi(t) dt :$$

Ընդհանուր դեպքում ճիշտ է հետևյալ շրջման բանաձևը՝

$$F_\xi(x_2) - F_\xi(x_1) = \frac{1}{2\pi} \lim_{c \to \infty} \int\limits_{-c}^{c} \frac{e^{itx_1} - e^{itx_2}}{it} \varphi_\xi(t) dt,$$

որտեղ $F_\xi(x)$-ը ξ պատահական մեծության բաշխման ֆունկցիան է, իսկ x_1 և x_2-ը $F_\xi(x)$ ֆունկցիայի անընդհատության կետեր են:

Ուղիղ սահմանային թեորեմ. Եթե $F_n(x)$ $(n = 1, 2, \ldots)$ բաշխման ֆունկցիաների հաջորդականությունը զուգամիտում է $F(x)$ բաշխման ֆունկցիային, երբ $n \to \infty$ վերջինի անընդհատության կետերում, ապա համապատասխան $\varphi_n(t)$ $(n = 1, 2, \ldots)$ բնութագրիչ ֆունկցիաների հաջորդականությունը, հավասարաչափ ըստ t-ի, յուրաքանչյուր վերջավոր միջակայքում զուգամիտում է, երբ $n \to \infty$, $F(x)$ բաշխման ֆունկցիային համապատասխանող $\varphi(t)$ բնութագրիչ ֆունկցիային:

Հակադարձ սահմանային թեորեմ. Դիցուք $\varphi_n(t)$ $(n = 1, 2, \ldots)$ բնութագրիչ ֆունկցիաների հաջորդականությունը $t = 0$ կետում զուգամիտում է $\varphi(t)$ անընդհատ ֆունկցիային, երբ $n \to \infty$: Այդ դեպքում համապատասխան $F_n(x)$ $(n = 1, 2, \ldots)$ բաշխման ֆունկցիաների հաջորդականությունը, երբ $n \to \infty$, զուգամիտում է $\varphi(t)$-ին համապատասխանող $F(x)$ բաշխման ֆունկցիային նրա անընդհատության կետերում:

Սահմանում. Կասենք, որ $\varphi(t)$ կոմպլեքս արժեքանի ֆունկցիան ոչ բացասականորեն որոշված է, եթե ցանկացած $n \in N$, $\forall\ t_1, t_2, ..., t_n \in R$, $\forall \lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n \in C$ համար

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \varphi(t_i - t_j) \lambda_i \overline{\lambda_j} \geq 0,$$

որտեղ $\overline{\lambda_j}$-ն λ_j-ի համալուծն է:
Բոխների թեորեմ. Դիցուք $\varphi(t)$-ն անընդհատ ֆունկցիա է և $\varphi(0) = 1$: Որպեսզի $\varphi(t)$-ն լինի բնութագրիչ ֆունկցիա անհրաժեշտ է և բավարար, որ նա լինի ոչ բացասականորեն որոշված:
Հետևանք. Եթե $\varphi_k(t)$ բնութագրիչ ֆունկցիաներ են, $k = 1, 2, ...$, ապա $\varphi(t) = \sum\limits_{k=1}^{\infty} c_k\varphi_k(t)$ ևս բնութագրիչ ֆունկցիա է, որտեղ $c_k \geq 0$ և $\sum\limits_{k=1}^{\infty} c_k = 1$:

Կենտրոնական սահմանային թեորեմ

Թեորեմ. Եթե $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n, \dots$ անկախ պատահական մեծությունների հաջորդականությունը ցանկացած $\tau > 0$ թվի համար բավարարում է

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{B_n^2} \sum_{k=1}^{n} \int\limits_{|x-a_k|>\tau B_n} (x - a_k)^2 dF_k(x) = 0,$$

պայմանին (Լինդեբերգ), որտեղ

$$a_k = E\xi_k, \quad B_n^2 = \sum_{k=1}^{n} D\xi_k, \quad k = 1, 2, \dots, \quad n = 1, 2, \dots,$$

$$F_k(x) = P(\xi_k < x),$$

ապա

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\frac{1}{B_n}\sum_{k=1}^{n}(\xi_k - a_k) < x\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{x} e^{-\frac{z^2}{2}} dz \qquad (*)$$

հավասարաչափ ըստ x-ի:

Լյապունովի թեորեմ. Եթե $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n, \dots$ անկախ պատահական մեծությունների հաջորդականության համար գոյություն ունի $\delta > 0$ թիվ, այնպիսին որ

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{B_n^{2+\delta}} \sum_{k=1}^{n} E|\xi_k - a_k|^{2+\delta} = 0,$$

ապա ճիշտ է (*)-ը:

Հետևանք. Եթե $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n, \ldots$ անկախ պատահական մեծությունները միատեսակ են բաշխված և $D\xi_n \neq 0$, ապա ճիշտ է (*)-ը:

Ա

591. ξ պատահական մեծությունն ունի հավանականությունների բաշխման օրենքը՝

ξ	-1	1
p	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

:

Գտնել ξ-ի բնութագրիչ ֆունկցիան:

592. ξ պատահական մեծությունն ունի հավանականությունների բաշխման օրենքը՝

ξ	-2	0	2
p	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

:

Գտնել ξ-ի բնութագրիչ ֆունկցիան:

593. Գտնել n անկախ փորձերում A պատահույթի հանդես գալու թվի բնութագրիչ ֆունկցիան, եթե A պատահույթի k-րդ փորձում հանդես գալու հավանականությունը՝ $P(A) = p_k$ $k = 1, 2, \ldots, n$:

594. ξ պատահական մեծությունն ունի հետևյալ բաշխման ֆունկցիան՝

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ p, & a < x \leq b \\ 1, & x > b \end{cases} \quad :$$

$(0 < p < 1)$: Գտնել ξ-ի բնութագրիչ ֆունկցիան:

595. Գտնել $[-a, a]$ միջակայքում հավասարաչափ բաշխված պատահական մեծության բնութագրիչ ֆունկցիան:

596. ξ պատահական մեծությունն ունի հետևյալ խտության ֆունկ–ցիան՝

$$f(x) = \begin{cases} 0, & |x| \geq a \\ \frac{a-|x|}{a^2}, & |x| \leq a \end{cases}:$$

Գտնել ξ-ի բնութագրիչ ֆունկցիան:

597. Գտնել

$$f(x) = \frac{a}{2} e^{-a|x|}, \quad a > 0$$

Լապլասի բաշխման բնութագրիչ ֆունկցիան:

598. Գտնել

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ e^{-x}, & x > 0 \end{cases}$$

խտություն ունեցող ցուցչային բաշխման բնութագրիչ ֆունկցիան և սկզբնական մոմենտները:

599. Գտնել $[a, b]$ միջակայքում հավասարաչափ բաշխված պատա–հական մեծության բնութագրիչ ֆունկցիան և սկզբնական մոմենտները:

600. Դիցուք տրված է ξ պատահական մեծության բնութագրիչ ֆունկ–ցիան՝ $\varphi_\xi(t) = e^{3(e^{it}-1)}$: Գտնել $P(\xi = 0)$ հավանականությունը:

601. Դիցուք տրված է ξ պատահական մեծության $\varphi_\xi(t)$ բնութագրիչ ֆունկցիան: Գտնել ξ պատահական մեծության բաշխումը, եթե

ա) $\varphi_\xi(t) = \cos t$

բ) $\varphi_\xi(t) = \cos^2 t$:

Բ

602. Գտնել $[a, b]$ միջակայքում Սիմպսոնի բաշխման (եռանկյուն բաշխման) բնութագրիչ ֆունկցիան:

603. Գտնել

$$f(x) = \frac{1}{\pi(1 + x^2)}$$

խտության Կոշու բաշխման բնութագրիչ ֆունկցիան:

604. Գտնել բինոմական բաշխման բնութագրիչ ֆունկցիան և դրա միջոցով հաշվել մաթեմատիկական սպասումը և դիսպերսիան:

605. Գտնել

$$P(\xi = m) = \frac{a^m}{(1+a)^{m+1}}, \quad a > 0, \quad m = 0, 1, 2, ...$$

Պասկալի բաշխման բնութագրիչ ֆունկցիան և նրա միջոցով հաշվել մաթեմատիկական սպասումը և դիսպերսիան:

606. ξ պատահական մեծությունն ունի 0 և σ^2 պարամետրերով նոր–մալ բաշխում: Բնութագրիչ ֆունկցիայի օգնությամբ գտնել նրա բոլոր կենտրոնական մոմենտները:

607. Գտնել

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{a^\lambda}{\Gamma(\lambda)} x^{\lambda-1} e^{-ax}, & x \geq 0,\ a > 0,\ \lambda > 0 \end{cases}$$

խտության ֆունկցիա ունեցող պատահական մեծության բնութագրիչ ֆունկցիան և սկզբնական մոմենտները:

608. Ապացուցել Պուասոնի և նորմալ բաշխումների կայունությունը:

609. ξ պատահական մեծության բնութագրիչ ֆունկցիան է՝

$$\varphi(t) = e^{-a|t|}, \quad a > 0 :$$

Գտնել այդ պատահական մեծության խտության ֆունկցիան:

610. ξ պատահական մեծության բնութագրիչ ֆունկցիան է՝

$$\varphi(t) = \frac{1}{1+t^2} :$$

Գտնել այդ պատահական մեծության խտության ֆունկցիան:

611. Ապացուցել, որ

$$\varphi_1(t) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos kt \qquad \text{և} \qquad \varphi_2(t) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k e^{i\lambda_k t}$$

ֆունկցիաները, որտեղ $a_k \geq 0$, $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k = 1$, բնութագրիչ ֆունկցիաներ են և որոշել համապատասխան բաշխման ֆունկցիաները:

612. Ապացուցել, որ

1. $e^{-i|t|}$
2. $\frac{1}{1-i|t|}$
3. $\varphi(t) = \begin{cases} 0, & |t| > 1 \\ 1 - t^2, & |t| \leq 1 \end{cases}$
4. $e^{-t^2(\pi - \arctan t)}$

ֆունկցիաները բնութագրիչ ֆունկցիաներ չեն:

613. Ապացուցել հետևյալը՝ որպեսզի պատահական մեծությունը լի– նի համաչափ սկզբնակետի նկատմամբ՝ անհրաժեշտ է և բավարար, որ բնութագրիչ ֆունկցիան ընդունի միայն իրական արժեքներ:

614. Ապացուցել, որ ցանկացած իրական $\varphi(t)$ բնութագրիչ ֆունկ– ցիա բավարարում է հետևյալ անհավասարությանը՝

$$1 - \varphi(2t) \leq 4(1 - \varphi(t))$$

ցանկացած $t \in R$-ի համար:

615. Ապացուցել $\varphi(t)$ բնութագրիչ ֆունկցիայի հետևյալ հատկությու– նը՝

$$|\varphi(t+h) - \varphi(t)| \leq \sqrt{2[1 - Re\varphi(h)]}$$

(Rez-ը z-ի իրական մասն է):

616. Ապացուցել, որ եթե $\varphi(t)$ բնութագրիչ ֆունկցիան այնպիսին է, որ $\varphi(h) = 1$ $(h \neq 0)$, ապա $\varphi(t)$-ն h պարբերությամբ պարբերական ֆունկցիա է:

617. Ապացուցել, որ եթե $\varphi(t)$-ն բնութագրիչ ֆունկցիա է, ապա

$$\psi(t) = \frac{1}{t}\int_0^t \varphi(z)dz$$

ֆունկցիան նույնպես կլինի բնութագրիչ ֆունկցիա:

618. Դիցուք ξ և η-ն բինոմական բաշխում ունեցող անկախ պատահական մեծություններ են համապատասխանաբար (n,p) և (m,p) պարամետրերով: Ի՞նչ բաշխում կունենա $\xi+\eta$ պատահական մեծությունը:

619. Դիցուք ξ և η-ն Պուասոնի բաշխում ունեցող անկախ պատահական մեծություններ են համապատասխանաբար λ_1 և λ_2 պարամետրերով: Ի՞նչ բաշխում կունենա $\xi+\eta$ պատահական մեծությունը:

620. Ապացուցել, որ եթե $\varphi(t)$-ն բնութագրիչ ֆունկցիա է, ապա $Re\varphi(t)$ ևս բնութագրիչ ֆունկցիա է:

621. Ապացուցել, որ եթե $\varphi(t)$-ն բնութագրիչ ֆունկցիա է, ապա $\psi(t) = e^{\varphi(t)-1}$ ևս բնութագրիչ ֆունկցիա է:

622. Ապացուցել, որ եթե $\varphi(t)$-ն բնութագրիչ ֆունկցիա է, ապա $\psi(t) = |\varphi(t)|^2$ ևս բնութագրիչ ֆունկցիա է:

623. Ապացուցել, որ եթե $\varphi(t)$-ն բնութագրիչ ֆունկցիա է, ապա $\psi(t) = \frac{2}{2-\varphi(t)} - 1$ ևս բնութագրիչ ֆունկցիա է:

624. Ապացուցել, որ

$$\varphi(t) = \tfrac{1}{3}e^{-t^2/2} + \tfrac{2}{3}e^{7(e^{it}-1)}$$

բնութագրիչ ֆունկցիա է:

625. Դիցուք տրված է ξ պատահական մեծության $\varphi_\xi(t)$ բնութագրիչ ֆունկցիան: Գտնել ξ պատահական մեծության խտության ֆունկցիան, եթե $\varphi(t) = e^{-t^2}$:

626. Դիցուք տրված է ξ պատահական մեծության

$$\varphi_\xi(t) = \frac{\sin t}{t}$$

բնութագրիչ ֆունկցիան: Գտնել ξ պատահական մեծության խտության ֆունկցիան:

627. Դիցուք տրված է ξ պատահական մեծության

$$\varphi_\xi(t) = e^{-|t|}\cos t$$

բնութագրիչ ֆունկցիան: Գտնել ξ պատահական մեծության խտության ֆունկցիան:

628. Դիցուք տրված է ξ պատահական մեծության

$$\varphi_\xi(t) = \frac{1}{1-it}$$

բնութագրիչ ֆունկցիան: Գտնել ξ պատահական մեծության խտության ֆունկցիան:

629. Դիցուք $\varphi(t)$-ն բնութագրիչ ֆունկցիա է: Ապացուցել, որ ցան–կացած $t \in R$ համար ճիշտ է
ա) $1 - |\varphi(2t)|^2 \leq 4(1 - |\varphi(t)|)$
բ) $1 - Re\varphi(2t) \leq 2(1 - (Re\varphi(t))^2)$
գ) $1 - |\varphi(2t)| \leq 2(1 - |\varphi(t)|^2)$
դ) $1 - |\varphi(2t)| \leq 4(1 - |\varphi(t)|)$:

630. Լուծել 567 խնդրի գ) կետը՝ օգտվելով կենտրոնական սահմանային թեորեմից:

631. ξ պատահական մեծությունն ունի հետևյալ խտության ֆունկցիան՝

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{a^\lambda}{\Gamma(\lambda)} x^{\lambda-1} e^{-ax}, & x > 0, \quad a > 0, \quad \lambda > 0 : \end{cases}$$

Ապացուցել, որ երբ $\lambda \to \infty$, $\frac{a\xi-\lambda}{\sqrt{\lambda}}$ պատահական մեծությունը ըստ բաշխման ձգտում է $a=0, \sigma=1$ պարամետրերով նորմալ բաշխմանը:

632. ξ պատահական մեծությունն ունի Պուասոնի բաշխում λ պարամետրով: Ապացուցել, որ $\lambda \to \infty$ դեպքում $\frac{\xi-\lambda}{\sqrt{\lambda}}$ պատահական մեծությունը ըստ բաշխման ձգտում է $a=0, \sigma=1$ պարամետրերով նորմալ բաշխմանը:

633. 4500 անկախ, միատեսակ բաշխված պատահական մեծություններից յուրաքանչյուրի դիսպերսիան հավասար է 5-ի: Գտնել այդ պատահական մեծությունների միջին թվաբանականի՝ նրանց մաթեմատիկական սպասումից ունեցած շեղման 0,04-ին չգերազանցելու հավանականությունը:

634. η պատահական մեծությունը իրենից ներկայացնում է 10000 անկախ միատեսակ բաշխված $\sigma = 2$ միջին քառակուսային շեղում ունեցող պատահական մեծությունների միջին թվաբանականը: 0,9544 հավանականությամբ ի՞նչ մեծագույն շեղում կարելի է ակնկալել η պատահական մեծության և նրա մաթեմատիկական սպասման համար:

635. η պատահական մեծությունը իրենից ներկայացնում է անկախ միատեսակ բաշխված, $\sigma^2 = 5$ դիսպերսիա ունեցող պատահական մեծությունների միջին թվաբանականը: Որքա՞ն պետք է լինի այդ պատահական մեծությունների թիվը, որպեսզի 0,9973 հավանականությամբ η պատահական մեծության և նրա մաթեմատիկական սպասման շեղումը չգերազանցի 0,01 արժեքը:

636. η պատահական մեծությունը իրենից ներկայացնում է 3200 անկախ միատեսակ բաշխված, $E\xi = 3$ միջինով և $D\xi = 2$ դիսպերսիայով պատահական մեծությունների միջին թվաբանականը: Գնահատել $P(2,95 \leq \eta \leq 3)$ հավանականությունը:

637. Տեղի ու՞նեն արդյոք մեծ թվերի օրենքը և կենտրոնական սահմանային թեորեմը

ա) $P(\xi_k = \pm 2^k) = \frac{1}{2}$,

բ) $P(\xi_k = \pm 2^k) = 2^{-(2k+1)}, P(\xi_k = 0) = 1 - 2^{-2k}$,
գ) $P(\xi_k = \pm k) = \frac{1}{2}k^{-\frac{1}{2}}, P(\xi_k = 0) = 1 - k^{-\frac{1}{2}}, (k \geq 1)$
բաշխման օրենքներ ունեցող անկախ պատահական մեծությունների համար:

638. Ճշմարիտ է՞ արդյոք հետևյալ պնդումը՝

$$\eta_n \xrightarrow{D} \eta \quad \Rightarrow \quad \eta_n - \eta \xrightarrow{D} 0:$$

639. Դիցուք $\xi_n \xrightarrow{P} \xi$ և $\xi_n \xrightarrow{P} \eta$: Ապացուցել, որ $P(\xi = \eta) = 1$:

640. Դիցուք $\xi_n \xrightarrow{P} \xi$ և $\eta_n \xrightarrow{P} \eta$: Ապացուցել, որ
ա) $a\xi_n + b\eta_n \xrightarrow{P} a\xi + b\eta$, որտեղ a և b-ն հաստատուններ են,
բ) $|\xi_n| \xrightarrow{P} |\xi|$,
գ) $\xi_n\eta_n \xrightarrow{P} \xi\eta$:

641. Դիցուք $\xi_n \xrightarrow{P} \xi$ և $\eta_n \xrightarrow{P} \eta$ և $P(\xi = \eta) = 1$: Ապացուցել, որ կամայական $\varepsilon > 0$ թվի համար

$$P(|\xi_n - \eta_n| \geq \varepsilon) \to 0, \quad \text{երբ} \quad n \to \infty:$$

642. Դիցուք $\xi_n \xrightarrow{h.h.} \xi$ և $\eta_n \xrightarrow{h.h.} \eta$: Ապացուցել, որ
ա) $a\xi_n + b\eta_n \xrightarrow{h.h.} a\xi + b\eta$, a և b-ն հաստատուններ են,
բ) $|\xi_n| \xrightarrow{h.h.} |\xi|$,
գ) $\xi_n\eta_n \xrightarrow{h.h.} \xi\eta$:

643. Դիցուք $\xi_n \xrightarrow{D} a$, որտեղ a-ն հաստատուն է: Ապացուցել, որ $\xi_n \xrightarrow{P} a$:

644. Դիցուք $\eta_n \xrightarrow{D} \eta$ և $\xi_n \xrightarrow{D} \xi$: Ճիշտ է՞ արդյոք, որ $\xi_n + \eta_n \xrightarrow{D} \xi + \eta$:

645. Ապացուցել, որ եթե $\xi_n \xrightarrow{D} \xi$ և $\eta_n \xrightarrow{P} 0$, ապա
ա) $\xi_n + \eta_n \xrightarrow{D} \xi$,
բ) $\xi_n\eta_n \xrightarrow{P} 0$:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Աղյուսակ 1

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3984	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3935	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3653	3637	3621	3605	3580	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3202	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2631	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1986	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	1940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0,0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0386	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0256	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	01443	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0061	0050	0048	0047	0046

3,0	0,0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0024	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0016	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_0^x e^{-\frac{u^2}{2}} du$$

Աղյուսակ 2

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0039	0079	0119	0159	0199	0239	0279	0318	0358
0,1	0398	0438	0477	0517	0556	0596	0635	0674	0714	0753
0,2	0792	0831	0870	0909	0948	0987	1025	1064	1102	1140
0,3	1179	1217	1255	1293	1330	1368	1405	1443	1480	1517
0,4	1554	1591	1627	1664	1700	1736	1772	1808	1843	1879
0,5	1914	1949	1984	2019	2054	2088	2122	2156	2190	2224
0,6	2257	2290	2323	2356	2389	2421	2453	2485	2517	2549
0,7	2580	2611	2642	2673	2703	2733	2763	2793	2823	2852
0,8	2881	2910	2938	2967	2995	3029	3051	3078	3105	3132
0,9	3159	3185	3212	3238	3263	3289	3314	3339	3364	3389
1,0	3413	3437	3461	3485	3508	3531	3554	3576	3599	3621
1,1	3643	3665	3686	3707	3728	3749	3769	3790	3810	3829
1,2	3849	3868	3887	3906	3925	3943	3961	3979	3997	4014
1,3	4032	4049	4065	4082	4098	4114	4130	4146	4162	4177
1,4	4192	4207	4220	4236	4250	4264	4278	4292	4305	4318
1,5	4331	4344	4357	4369	4382	4394	4406	4417	4429	4440
1,6	4452	4463	4473	4484	4495	4505	4515	4525	4535	4544
1,7	4554	4563	4572	4581	4590	4599	4608	4616	4624	4632
1,8	4640	4648	4656	4663	4671	4678	4685	4692	4699	4706

1,9	4712	4719	4725	4732	3738	4744	4750	4755	4761	4767
2,0	4772	4777	4783	4788	4793	4798	4803	4807	4812	4816
2,1	4821	4825	4830	4834	4838	4842	4846	4850	4853	4857
2,2	4861	4864	4867	4871	4874	4877	4880	4884	4887	4889
2,3	4892	4895	4898	4901	4903	4906	4908	4911	4913	4915
2,4	4918	4920	4922	4924	4925	4928	4930	4932	4934	4936
2,5	4937	4939	4941	4943	4944	4945	4947	4949	4950	4952
2,6	4953	4954	4956	4957	4958	4859	4960	4962	4963	4964
2,7	4965	4966	4967	4968	4969	4970	4971	4972	4972	4973
2,8	4974	4975	4976	4976	4977	4978	4978	4979	4980	4980
2,9	4981	4981	4982	4983	4983	4984	4984	4985	4985	4986
3,0		0,49865	3,1	49903	3,2	49931	3,3	49952	3,4	49966
3,5		49977	3,6	49984	3,7	49989	3,8	49993	3,9	49995
4,0		49996								
4,5		49999								
5,0		49999								

ՊԱՏԱՍԽԱՆՆԵՐ

11. $x=\bar{B}$: 19. $A=\varnothing$, $B=(0,1)\setminus\{\frac{1}{2}\}$: 27. 49, 42:
28. $A_n^6=151200$: 29. 1680: 30. $\frac{n(n-3)}{2}$: 31. $8!=40320$:
32. $(n-1)!(n-2)$: 33. 6912: 34. 2520: 35. C_n^4: 36. 462, 252:
38. C_{N+n-1}^n, C_{n-1}^{N-1}: 39. $C_{16}^{10}=8008$: 40. ա) C_{N+n-1}^n, բ) C_{n-1}^{N-1}:
41. C_{N+n-1}^n: 42. ա) 720, բ) 672, գ) 384, դ) 216, ե) 576: 43. $\frac{3}{4}$:
44. ա) $\frac{1}{6}$, բ) $\frac{5}{6}$: 45. $0,1512$: 46. ա) $\approx 0,0004$, բ) $\approx 0,1499$:
47. ա) $\frac{1}{l^{k-1}}$, բ) $\frac{A_l^k}{l^k}$: 48. 0,4: 49. ա) $\frac{4}{9}\approx 0,44...$, բ) $\frac{1}{3024}\approx 0,0003$:
50. $\frac{24}{91}\approx 0,2637$: 51. $\frac{C_a^2}{C_{a+b}^2}$: 52. $\frac{C_{N-k}^n}{C_N^n}$: 53. $\approx 0,1788$: 54. ա) $\approx 0,5263$, բ) $\approx 0,418$: 55. $\approx 0,39$: 56. $\frac{C_M^m C_{N-M}^{n-m}}{C_N^n}$: 57. $\sum\limits_{i=3}^{6}\frac{C_6^i\cdot C_{43}^{6-i}}{C_{49}^6}\approx 0,019$: 58. $\sum\limits_{s=1}^{r}\frac{C_m^s\cdot C_{n-m}^{r-s}}{C_n^r}$: 59. $\frac{1}{55}\approx 0,1818\ldots$: 60. $\frac{C_{N-3}^{r-1}}{C_{N-1}^{r-1}}$:
61. ա) $\approx 0,162$, բ) $\approx 0,155$: 62. ա) $\approx 0,0001$, բ) $\approx 0,13$, գ) $\approx 0,1484$: 63. ա) $\approx 0,504$, բ) $\approx 0,432$, գ) $\approx 0,027$, դ) $\approx 0,036$, ե) $\approx 0,001$: 64. ա) $\frac{1}{3}$, բ) $\frac{C_{n-2}^m\cdot 2^{n-m-2}}{3^n}$, $(0\le m\le n-2)$, գ) $\frac{C_n^m\cdot 2^{n-m}}{3^n}$, $(0\le m\le n)$, դ) $\frac{n!}{m_0!m_1!m_2!3^n}$, $m_0+m_1+m_2=n$:
65. $\frac{C_{n+k-m}^{n-m}}{C_{n+k}^n}$: 66. ա) $\frac{1}{270725}$, բ) $\frac{1}{221}$, գ) $\frac{49-3l}{270725}$: 67. ա) $0,1055$, բ) $\frac{4}{C_{52}^{13}}$, գ) $\frac{(4!)^{13}(13!)^4}{52!}$: 68. $\frac{67}{91}\approx 0,7363$: 69. $\frac{91}{216}\approx 0,4213$: 70. $\frac{27}{29}\approx 0,931$:
71. ա) $3^{-9}\approx 0,00005$, բ) $3^{-8}\approx 0,00015$, գ) $1-(\frac{2}{3})^9\approx 0,974$, դ) $\frac{9!}{(3!)^3\cdot 3^9}\approx 0,0854$: 72. $\frac{12!}{12^{12}}\approx 0,00005$: 73. $\frac{n!}{n^n}$: 74. ա) $\frac{1}{3}$, բ) $\frac{1}{3}$, գ) $\frac{1}{3}$: 75. Ոչ: 76. ա) $\frac{2}{n-1}$, բ) $\frac{1}{n-1}$, գ) $\frac{6}{(n-2)(n-1)}$, դ) $\frac{1}{(n-2)(n-1)}$:
77. ա) $\frac{2}{n}$, բ) $\frac{1}{n}$, գ) $\frac{6}{n(n-1)}$, դ) $\frac{1}{n(n-1)}$: 78. ա) $\approx 0,0038$, բ) $\approx 0,0006$, գ) $\frac{1}{6}$, դ) $\approx 0,0026$: 79. 0,2: 80. $\approx 0,0055$: 81. $\approx 0,0809$: 83. 0,21672:
84. ա) $1/n$, բ) $(n-1)^{k-1}/n^k$: 85. 1) ա) $\frac{k!}{n^k}$, բ) $\frac{n!}{(n-k)!n^k}$, 2) ա) $\frac{k!(n-1)!}{(n+k-1)!}$, բ) $\frac{n!(n-1)!}{(n+k-1)!(n-k)!}$, 3) ա) $\frac{k!(n-k)!}{n!}$, բ) 1, 4) ա) $\frac{k!(n-k)!}{n!}$, բ) 1: 86. $\frac{2(n-r-1)}{n(n-1)}$: 87. $\frac{C_n^m C_{r-1}^{n-m-1}}{C_{n+r-1}^r}$: 88. $\frac{C_{2n-1}^{n-1}}{C_{3n-1}^{n-1}}$: 89. ≈ 4265:
90. $0,5$: 91. $\approx 0,9508$: 92. $\frac{n-m+1}{n+1}$, եթե $m\le n$ և 0, եթե $m>n$:
93. $\frac{2n}{n+m}$: 94. ա) $\frac{1}{(2n-1)!!}$, բ) $\frac{n!}{(2n-1)!!}$: 95. ա) $\frac{48}{216}\approx 0,1991$,

բ) $\frac{5}{54} \approx 0,0926$: 96. $(1-\frac{2}{n})^{2^r-2}$: 97. ա) $(1-\frac{1}{n})^{r-1}$, բ) $\prod_{k=1}^{r-1}(1-\frac{k}{n})$:

98. Եթե $N = 10k + l$, ապա $p_n = \begin{cases} \frac{2k}{N}, & l = 0 \\ \frac{2k+1}{N}, & 1 \le l \le 8 \\ \frac{2k+2}{N}, & l = 9 \end{cases}$; $\lim_{N\to\infty} p_N =$ $\frac{1}{5}$: 99. $p_N = \frac{1}{N}[\frac{N}{k}] \to \frac{1}{k}$, որտեղ $[\cdot]$-ն թվի ամբողջ մասն է: 100. $p_2 = \frac{1}{N^2}\big([\frac{N}{2}]^2 + (N - [\frac{N}{2}])^2\big) = 1 - \frac{2}{N}[\frac{N}{2}] + \frac{2}{N^2}[\frac{N}{2}]^2$, $p_3 = \frac{1}{N^2}\big([\frac{N}{3}]^2 + (N - [\frac{N}{3}])^2\big) = 1 - \frac{2}{N}[\frac{N}{3}] + \frac{2}{N^2}[\frac{N}{3}]^2, p_2 < p_3$, եթե $N \ge 3$: 101. ա) $\frac{1}{n^n}$, բ) $\frac{C_n^N(n-1)^{n-k}}{n^n}$,
գ) $\frac{1}{n}$, դ) $\frac{1}{n^k}$: 102. ա) $\frac{1}{n!}$, բ) $\frac{1}{A_n^k}$, եթե բոլոր $j_1 < j_2 < ... < j_k$–ը պարբեր են և 0, եթե $j_1 < j_2 < ... < j_k$ -ի միջև կան միապեսակներ,
գ) $\frac{1}{n}$: 103. 1) $1-\frac{N!}{N^n}$, 2) $\frac{N!C_{N+1}^2}{N^{N+1}}$, 3) $(\frac{1}{2}C_{N+1}^2C_{N-1}^2 + C_{N+1}^3)\cdot\frac{N!}{N^{N+1}}$: 104. 0,0769, 0,03116: 105. $\frac{1}{5}$: 106. $\frac{a-r}{a}$: 107. ա) $\frac{(a-2r)^2}{a}$, բ) $1 - 4(\frac{r}{a})^2$: 108. ա) $\frac{2}{\pi}$, բ) $\frac{3\sqrt{3}}{4\pi}$: 109. $\frac{1}{2}$: 110. ա) $\frac{1}{12}$, բ) 0: 111. ա) $\frac{2}{3}$, բ) $\frac{1}{12}$: 112. $k(2-k)$: 113. $\approx 0,121$: 114. 2) ա) $1-(1-z)^2$, բ) $z(1-\ln z)$, գ) $1-(1-z)^2$, դ) z^2, ե) $2z^2$, եթե $z \le \frac{1}{2}$ և $1-2(1-z)^2$, եթե $z > \frac{1}{2}$: 115. $\frac{1+3\ln 2}{8} \approx 0,3849$: 116. $\approx 0,21$: 117. $1 - (1 - \frac{t}{T_1})(1-\frac{t}{T_2})$: 118. $\frac{2l}{\pi a}$: 120. ա) $\frac{1}{4}$, բ) 1: 121. ա) $\frac{1}{4}$, բ) 0: 122. $\frac{1}{2}$: 123. $\frac{l}{\pi}\arctan\frac{h}{l}$: 124. $\frac{(l-d-2r)(l\cos\varphi-d-2r)}{l^2\cos\varphi}$, եթե $0 \le \arccos\frac{d+2r}{l}$ և 0 , եթե $\varphi > \arccos\frac{d+2r}{l}$: 125. $\frac{(b+d)}{L\sin\alpha}$, եթե $b+d < L\sin\alpha$ և 1, եթե $b+d \ge L\sin\alpha$: 126. $1-\big(1-\frac{r}{L}\sqrt{1+(\frac{v}{u})^2}\big)$, եթե $r\sqrt{1+(\frac{v}{u})^2} \le L$ և 1, եթե $r\sqrt{1+(\frac{v}{u})^2} \ge L$: 127. Դրամի հաստությունը պետք է կազմի նրա տրամագծի $\approx 0,354$ մասը: 128. ա) $\frac{2}{3}$, բ) $\frac{2}{3}$: 129. $\frac{3\ln 4+5}{36} \approx 0,2544$: 130. $\frac{1}{7}$: 131. $\frac{2}{5}$: 132. $\frac{1}{2}$: 139. Կախյալ են: 140. ա) Անկախ են,
բ) անկախ են: 143. Անկախ են (A_i, A_j), $i,j = \{1,2,5,6\}$ զույգերը և (A_1, A_5, A_6), (A_2, A_5, A_6) եռյակները: 144. $\frac{31}{96} \approx 0,323$: 145. $\frac{109}{120} \approx 0,9083$: 146. ա) 0,94 բ) 0,38: 147. ա) 0,3 բ) 0,6: 148. $\frac{57}{115} \approx 0,4956$: 149. 0,96: 150. $1 - \frac{(n-l)!(n-k)!}{n!(n-l-k)!}$, եթե $k \le n-l$ և 1, եթե $k > n-l$: 153. $5!\frac{2}{\pi}\big(\frac{\pi-2}{4\pi}\big)^4 \approx 0,0052$: 154. ա) $0,552$, բ) $0,012$, գ) $0,328$,
դ) $0,088$: 155. $p_1 = \frac{2}{3}$, $p_2 = \frac{1}{3}$: 156. $p_1 = \frac{4}{7}$, $p_2 = \frac{2}{7}$, $p_3 = \frac{1}{7}$:

157. $p_1 = \frac{a+b}{a+2b}$, $p_2 = \frac{b}{a+2b}$, $\left(p_2 = \frac{b}{a+b}p_1\right)$: 158. 0,455: 159. 1/6: 160. 77/165, 53/165, 35/165: 161. 2/3: 162. ա) 0,0792 , բ) 0,264: 163. ա) 0,4 բ) 1/26: 164. $P(\xi = i/\eta = 0) = \begin{cases} \frac{1}{19}, \text{եթե } i = 0 \\ \frac{2}{19}, \text{եթե } i = \overline{1,9} \end{cases}$: 165. $\frac{p}{8-7p}$: 168. ա) A_l և B_k պատահույթները անկախ են ցանկացած l -ի և k-ի դեպքում, բ) A_2 և C_2 պատահույթները անկախ են, գ) A_4 և C_4 պատահույթները կախյալ են: 169. $r \geq \frac{2}{3}$, $r = \frac{1}{3}$ և $r \leq 0$ դեպքերում: 172. ա) Առաջին սափորի ամենահավանական պարունակությունը սկզբնական պարունակության պահպանումն է: բ) $\frac{42}{125} \approx 0,336$: 173. Ավելի հավանական է, որ ուսանողը գիրքը կգտնի: 174. Ապացուցել, որ եթե $A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n \subset A$ ապա

$$P(A) \geq P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_n) - (n-1):$$

177. 0,5: 178. ա) Որոնելի հավանականությունը $P_{N,R} = \left(1 - (\frac{r}{R})^3\right)^N$, բ) $\lim\limits_{\substack{N\to\infty \\ \frac{N}{R^3}\to\frac{4}{3}\pi\lambda}} P_{N,R} = e^{-\frac{4\pi\lambda r^3}{3}}$: 179. $e^{-\lambda t}$: 180. $1-(1-(1-p)^m)^k$: 181. ա) $1-(1-p)^k$, զուգահեռ միացված դիմադրությունների քանակը ավելացնելու դեպքում շղթայի հուսալիությունը աճում է: բ) p^k, հաջորդաբար միացված դիմադրությունների քանակը ավելացնելու դեպքում շղթայի հուսալիությունը նվազում է: 182. $\frac{a}{a+b}$: 184. $\frac{100!}{2^{100}(50!)^2}$: 185. $\frac{2^n m! n!}{(m+n)!}$: 186. ա) $\prod\limits_{k=1}^{n}(1-p_k)$, բ) $1-\prod\limits_{k=1}^{n}(1-p_k)$, գ) $\prod\limits_{k=1}^{n}(1-p_k)\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{p_k}{1-p_k}$, եթե $p_k < 1$: 188. $\sum\limits_{k=1}^{n}(-1)^{k-1}\frac{1}{k!}$: 189. $p_n = \sum\limits_{k=1}^{n}(-1)^{k-1}\frac{1}{k!}$, $\lim\limits_{n\to\infty} p_n = 1-e^{-1}$: 190. $p_n = 1 - \sum\limits_{k=1}^{n}(-1)^{k-1}(\frac{1}{k!})$, $\lim\limits_{n\to\infty} p_n = e^{-1}$: 191. ա) $\frac{1}{m!}\sum\limits_{k=0}^{n-m}\frac{(-1)^k}{k!}$, բ) $1-\sum\limits_{k=0}^{n}(-1)^{k-1}\frac{1}{k!}$, գ) e^{-1}: 192. $1-\sum\limits_{m=1}^{n-1}(-1)^{m-1}C_n^m(1-\frac{m}{n})^k$: 193. $\frac{7}{18} \approx 0,39$: 194. $\frac{1}{2}\left(\frac{m_1}{n_1+m_1}+\frac{m_2}{n_2+m_2}\right)$: 195. $\frac{n+2}{2(n+1)}$: 196. 0,4: 197. $\frac{a}{a+b}$: 198. Նշանակություն չունի: 199. $\frac{1}{C_{a+b}^3(c+d+3)}\left(C_a^3(c+3) + C_a^2 b(c+2) + C_b^2 a(c+1) + C_b^3 c\right)$: 200. $\approx 0,0811$: 201. ա) $\approx 0,5739$, բ) $\approx 0,7777$: 202. $\frac{10}{17} \approx 0,5882$: 203. $\frac{25}{69} \approx 0,3623$, $\frac{28}{69} \approx$

$0,4058$, $\frac{16}{69} \approx 0,2319$: 204. $\frac{16}{165} \approx 0,9697$: 205. A_i-ն՝ խմբաքանակը պարունակում է i խոտանված արտադրանք, $i = 0,1,\ldots,5$: Ամենահավանական է A_5-ը: 206. $\frac{20}{21} \approx 0,9524$: 207. ա) $\frac{(1-\gamma)\alpha}{(1-\gamma)\alpha+\gamma(1-\beta)}$, բ) $\approx 0,9173$: 208. $\frac{5}{11} \approx 0,4545$: 209. $\frac{m-2}{m+n-2}$: 210. $\frac{6}{13} \approx 0,4615$: 211. $\frac{10}{19} \approx 0,5263$: 212. 11/45: 213. 0,37209: 214. 4/9 : 215. $\frac{(n-m)(n-m+1)}{2n(n-1)}$: 216. $P_{2t}(s) = \sum\limits_{k=0}^{s} P_t(k)P_t(s-k)$, $P_{2t}(s) = \frac{(2\lambda t)^s}{s!}e^{-2\lambda t}$: 217. 1/2 : 218. $(\frac{3}{4})^N$: 219. 8 ուղղաթիռ պետք է ուղարկել առաջին շրջան, $p \approx 0,7378$: 220. $\frac{1}{36C^3_{a+b+c}}(6abc + 3b(b-1)c + 2c(c-1)b + 4c(c-1)a)$: 221. $p_n = (p+q-1)^{n-1}p_1 + (1-q)[1 + (p+q-1) + (p+q-1)^2 + \ldots + (p+q-1)^{n-2}]$, $\lim\limits_{n\to\infty} p_n = \frac{1-q}{2-p-q}$: 222. ա) $P(A) = \frac{\alpha^2}{1-2\alpha\beta}$, $P(B) = \frac{\beta^2}{1-2\alpha\beta}$, որտեղ $P(A)$-ն և $P(B)$-ն համապատասխան A և B խաղացողների ամբողջ խաղը փանելու հավանականություններն են: բ) Քանի որ $\alpha > \beta$, ապա A խաղացողի համար շահավետ է խաղալ ամբողջ խաղը: 223. $\frac{a}{a+b}$: 224. $\frac{(\frac{p}{q})^{a+b}-(\frac{p}{q})^b}{(\frac{p}{q})^a-1}$: 225. Որոնելի հավանականությունը $P = \frac{N!}{(N+1)^N N} \cdot 2\sum\limits_{k=0}^{N}\frac{k}{k+1}$, $\frac{N!}{(N+1)^N} < P < 2\frac{N!}{(N+1)^N}$: 226. Որոնելի հավանականությունը $P = \sum\limits_{i=0}^{4}\frac{a_i}{N}\Big[\frac{a_i-1}{N-1}(1-(1-p_i)^2) + \sum\limits_{i\neq j=1}^{4}\frac{a_j}{N-1}(1-(1-p_i)(1-p_j))\Big]$: 227. $\frac{13}{41} \approx 0,3171$: 228. $\frac{2}{3}$: 229. $\frac{2n+1}{3n}$: 230.$\approx 0,0392$: 231 $(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2})/(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}+\frac{1}{n_3})$: 232. $\frac{2\alpha p_1}{2\alpha p_1+(1-\alpha)(p_2+p_3)}$: 233. $\frac{80}{243} \approx 0,3292$: 234. $\approx 0,0002$: 235. $\approx 0,028$: 236. $(\frac{3\sqrt{3}}{4\pi})^4$: 237. $\frac{8}{27} \approx 0,2963$:

238. $C^n_{2n-k}(\frac{1}{2})^{2n-k}$: 239. $\approx 0,2$: 240. $\approx 0,9308$: 241. $\approx 0,0655$: 242. $n > 10$: 243. $n \geq 25$: 244. $\approx 0,0226$: 245. $\approx 0,2454$:

246. $\approx 0,0003$: 247. 11/32: 248. ա) 1/16, բ)1/32, գ) 5/16, դ) 1/4, ե)31/32 : 249. 0,7361; 0,7358 250. 0,393: 251. $\approx 0,0013$: 252. Ավելի հավանական է ստանալ գոնե մեկ «6» չորս զառի նետումով: 253. ա) $\approx 0,6651$, բ) $\approx 0,6187$, գ) $\approx 0,5973$: 254. $m_o = 4$, $P_{10}(4) \approx 0,2508$: 255. $24 \leq n \leq 25$: 256. $m_o = 10$: 257. $\approx 0,0041$:

258. $\approx 0,0456$: 259. Ավելի հավանական է $\frac{1}{2}$ -ը: 260. $5 \leq m \leq$

22: 261. $n = 666$: 262. $\approx 0,7698$: 263. $15 \leq m \leq 33$: 264. R-ը շահած գումարն է, $1600 \leq R \leq 3733\frac{1}{3}$: 266. $p^k + k(1-p)p^{k-1} + \frac{k(k-1)}{2}(1-p)^2 p^{k-2}$: 267. ա) $\approx 0,6513$, բ) $\approx 0,998$: 268. $\approx 0,9936$: 269. $\approx 0,197$: 270. $\approx 0,5953$: 271. $0,0935$: 272. $\frac{93}{256} \approx 0,3633$: 273. 273. ա) $0,321$, բ) $0,243$: 274. $C_{2n}^{n}(\frac{1}{2})^{2n}$: 275. $p^m(1 + C_m^1 q + C_{m+1}^2 q^2 + \ldots + C_{m+n-2}^{n-1} q^{n-1})$: 276. Խաղագումարը բաժանել առաջին և երկրորդ խաղացողների շահելու հավանականությունների $p_1 : p_2$ հարաբերությանը համեմատական՝ $p_1 = \frac{1}{2^m}\left(1 + \frac{1}{2}C_m^1 + \frac{1}{2^2}C_{m+1}^2 + \cdots + \frac{1}{2^{n-1}}C_{m+n-2}^{n-1}\right), p_2 = \frac{1}{2^n}\left(1 + \frac{1}{2}C_n^1 + \frac{1}{2^2}C_{n+1}^2 + \cdots + \frac{1}{2^{m-1}}C_{m+n-2}^{m-1}\right)$: 277. $\frac{1}{2}(1 + (q-p)^n)$: 278. $\frac{(\lambda p)^l}{e!}e^{-\lambda p}$: 279. $1 - (1 - p(1-q))^n$:

281. B-ն -նավի խորտակումը , A_k-ն - նավին կդիպչի k փորպեդ, $k = \overline{0,n}$:$P(B) = \sum\limits_{k=0}^{n} P(A_k) \cdot P(B/A_k) = \sum\limits_{k=2}^{n} C_n^k p^k q^{n-k}(1 - \frac{1}{m^{k-1}})$:

282. $1 - (1-p_1)^n + \sum\limits_{m_2=l+1}^{n} \frac{n!}{m_2!(n-m_2)!} p_2^{m_2} p_3^{n-m_2}$, որտեղ $l = [\frac{M}{k}]$:

283. A-ն մրցման ժամանակ կիաղթի հրաձիգներից միայն մեկը, A_i -ն - մրցումը կիաղթի i-րդ հրաձիգը: $A_i^{(m)}$ - i-րդ հրաձիգը ունի m դիպում, իսկ մնացած հրաձիգներից յուրաքանչյուրը ոչ ավելի, քան $(m-1)$ դիպում, $P_{m,n}(i)$-ն i-րդ հրաձգի m դիպում սպանալու հավանակա– նությունն է, $T_m(j)$ -ն j-րդ հրաձգի ոչ ավելի, քան $(m-1)$ դիպումներ սպանալու հավանականությունն է, $P(A_i) = \sum\limits_{m=1}^{n} P(A_i^{(m)})$, $P(A) = \sum\limits_{i=1}^{k} P(A_i) = \sum\limits_{i=1}^{k}\sum\limits_{m=1}^{n} P_{m,n}(i) \cdot \prod\limits_{j \neq i} T_m(j)$: 284. $C_{l-1}^{k-1} p^k q^{l-k}$:

285. $C_n^m p^{n+m} q^{n-m}$: 286. $C_n^{\frac{n+m}{2}} p^{\frac{n+m}{2}} q^{\frac{n-m}{2}}$, եթե $\frac{n+m}{2}$ -ը ամբողջ թիվ է և 0 հակառակ դեպքում: 288. ա) pq^3, բ) $(1-q^3)pq^3$, գ) $(1 - q^3 - pq^3)pq^3$: 289. q ; $\frac{1}{2}$: 290. q^2 ; $0,25$: 291. $\frac{7}{1290} \approx 0,0054$: 292. $\frac{p^{a-1}(1-q^b)}{p^{a-1}+q^{b-1}-p^{a-1}q^{b-1}}$: 293. $(1-p^2)^N$: 294. $(rpq^{r-1} + q^r)^N$: 296. $\approx 0,265$: 297. $\sum\limits_{k=0}^{130} C_{1000}^k (\frac{1}{10})^k (\frac{9}{10})^{1000-k} \approx 0,9993$: 298. ա) $\approx 0,4236$, բ) $\approx 0,5$, գ) $\approx 0,48$: 299. $n = 100$: 300. $0 \leq m \leq 6$, որտեղ m -ը բախումների թիվն է: 301. ա) 558, բ) 541: 302. $\varepsilon = 0,05$: 303. 547:

304. ξ-ն զերբի հանդես գալու թիվն է,

ξ	0	1	2
P	1/4	1/2	1/4

305. ξ-ն ստանդարտ մանրակների թիվն է,

ξ	0	1	2
P	1/45	16/45	28/45

306. ξ-ն խոտան մանրակների թիվն է,

ξ	0	1	2	3	4
P	0,6561	0,2916	0,0486	0,0036	0,0001

307. ξ-ն ստուգված սարքերի թիվն է,

ξ	1	2	3	4	5
P	0,1	0,09	0,081	0,0729	0,6561

308. $\Omega = \{$զ, թզ, թթզ, ..., $\underbrace{\text{թթ ...թ}}_{n-1}$զ, ...$\}$, ξ-ն նետումների թիվն է, $P(\xi = n) = \frac{1}{2^n}$, $n = 1, 2, ...$, $P(\xi > 1) = \frac{1}{2}$: 309. ξ-ն կատարած կրակոցների թիվն է, $P(\xi = k) = 0,8^{k-1}0,2$, $k = 1, 2, \ldots$: 310. ξ_k-ն k-րդ բասկետբոլիստի կատարած նետումների թիվն է, $k = 1, 2$: $P(\xi_1 = m) = (0,6 \cdot 0,4)^{m-1}(0,4 + 0,6^2)$, $m = 1, 2, \ldots$, $P(\xi_2 = 0) = 0,4$, $P(\xi_2 = m) = 0,6(0,4 \cdot 0,6)^{m-1}(0,6 + 0,4^2)$, $m = 1, 2, \ldots$: 313. 0,25: 315. 3/4, $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ \frac{3}{4}x - \frac{x^3}{4} + \frac{1}{2} & -1 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$: 316. ա) Հնարավոր է, բ) ոչ, գ) հնարավոր է: 317. ա) $a = 1/\pi$, բ) $F(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}\arctan x$, գ) $P(-1 \leq \xi < 1) = \frac{1}{2}$: 318. ա) $P(\xi \geq 1) = \frac{1}{4}$, բ) $P(|\xi| \geq 1) = \frac{1}{2}$: 319. $a = \frac{2}{\pi}$, $\frac{4}{\pi^2}(\arctan e)^2$: 320. ա) $c = 2/a$, բ) $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x}{a}\left(2 - \frac{x}{a}\right), & 0 < x \leq a \\ 1, & x > a, \end{cases}$ գ) $P(\frac{a}{2} \leq \xi < a) = \frac{1}{4}$: 321. ա) $c = 1/a$,

բ) $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -a \\ \frac{1}{2} + \frac{x}{a} + \frac{x^2}{2a^2}, & -a < x \leq 0 \\ \frac{1}{2} + \frac{x}{a} - \frac{x^2}{2a^2}, & 0 < x \leq a \\ 1, & x > a, \end{cases}$ գ) $P(\frac{a}{2} \leq \xi < a) = \frac{1}{8}$: 323.

ա) e^{-1}, բ) e^{-1}, գ) e^{-1}: 324. $P(\xi - t < x/\xi \geq t) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0: \end{cases}$

325.

η_1	1	2	5
P	0,3	0,5	0,2

,

η_2	0	1	2
P	0,3	0,5	0,2

:

326.

η	-1	1
P	$F(0)$	$1 - F(0)$

: 327. ա) $f_\eta(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$, $0 < x \leq 1$, բ) $f_\eta(x) = \frac{1}{x^2}$, $x > 1$, գ) $f_\eta(x) = \frac{1}{x}$, $1 < x < e$:

328. ա) $F_\eta(x) = \begin{cases} 1 - e^{-x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0, \end{cases}$ $f_\eta(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0, \end{cases}$

բ) $F_\eta(x) = F_\xi\left(\frac{e^x}{1+e^{-x}}\right)$, $\quad f_\eta(x) = \frac{e^x}{(1+e^x)^2}$,

գ) $F_\eta(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0, \end{cases}$ $f_\eta(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0, \end{cases}$

329. ա) $f_\eta(x) = \begin{cases} \frac{1}{\pi\sqrt{1-x^2}}, & x \in (-1, 1) \\ 0, & x \notin (-1, 1), \end{cases}$,

բ) $f_\eta(x) = \begin{cases} \frac{2}{\pi\sqrt{1-x^2}}, & x \in (0, 1) \\ 0, & x \notin (0, 1), \end{cases}$ 330. $F_\eta(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x, & 0 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1: \end{cases}$

331. $F_\eta(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x, & 0 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1: \end{cases}$ 332. $f_\eta(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$:

333. $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1 - \frac{\sqrt{l^2-4x}}{l}, & 0 < x \leq l^2/4 \\ 1, & x > l^2/4, \end{cases}$

$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{l\sqrt{l^2-4x}}, & x \in (0, l^2/4) \\ 0, & x \notin (0, l^2/4): \end{cases}$

334. $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1 - \frac{(a-x)^2}{a^2}, & 0 < x \leq a \\ 1, & x > a, \end{cases}$

$$f(x)=\begin{cases}\frac{2(a-x)}{a^2}, & x\in(0,a)\\ 0, & x\notin(0,a):\end{cases}$$

335. Նշանակենք ձախից k-րդ կետի աբսցիսի խտությունը $f_{\xi_k}(x)$-ով,

$$f_{\xi_k}(x)=\begin{cases}C_n^1C_{n-1}^{k-1}\frac{1}{a}\left(\frac{x}{a}\right)^{k-1}\left(1-\frac{x}{a}\right)^{n-k}, & x\in(0,a)\\ 0, & x\notin(0,a):\end{cases}$$

336. ա) $f(x)=\begin{cases}\frac{2a}{\pi(a^2+x^2)}, & x>0,\\ 0, & x\leq 0,\end{cases}$ բ) $f(x)=\frac{a}{\pi(a^2+x^2)}$:

337. $f(x)=\begin{cases}\frac{x}{2R\sqrt{4R^2-x^2}}, & x\in(0,2R),\\ 0, & x\notin(0,2R):\end{cases}$

338. $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{\pi\sqrt{R^2-x^2}}, & x\in(-R,R),\\ 0, & x\notin(-R,R):\end{cases}$

339. 1/2, 1/6, 1/12, 1/2: 340. ա) 1/3, բ) 1/3: 341. 0,3; 0,4; 0,5: 342. 0,0456: 343. ա) 0,79673 բ) 0,68268 գ) 0,3707 դ) 0,95154 ե) 0,15866: 348. η-ն հաջող փորձերի թիվն է, $P(\eta=m)=\frac{(\lambda p)^m}{m!}e^{-\lambda p}$, $m=0,1,2,\ldots$:

353. Կարող է: 354. $\eta=\frac{1}{2}(\xi+|\xi|)$, $F_\eta(x)=\begin{cases}F(x), & x>0\\ 0, & x\leq 0:\end{cases}$

355.

$$F_\eta(y)=\begin{cases}F\left(\frac{y-b}{a}\right), & a>0\\ 1-F\left(\frac{y-b}{a}+0\right), & a<0\\ 0, & a=0,\ y\leq b,\\ 1, & a=0,\ y>b\end{cases}$$

356. $F_\eta(x)=\begin{cases}0, & x\leq 0\\ x, & 0<x\leq 1\\ 1, & x>1:\end{cases}$

357. $F_\eta(x)=\begin{cases}0, & x\leq \pi a^2\\ \frac{\sqrt{x/\pi}-a}{b-a}, & \pi a^2<x\leq \pi b^2\\ 1, & x>\pi b^2:\end{cases}$

359. $P(sign\xi = 1) = P(sign\xi = -1) = 1/2$:

360. $f_\eta(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi x}} e^{-x/2}, & x > 0 \\ 0, & x \le 0: \end{cases}$

361. ա) $f_\eta(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\sigma\sqrt{2\pi x}} \left(e^{-\frac{(\sqrt{x}-a)^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(\sqrt{x}+a)^2}{2\sigma^2}} \right), & x > 0 \\ 0, & x \le 0: \end{cases}$

բ) $f_\eta(x) = \frac{1}{3\sigma\sqrt{2\pi}\sqrt[3]{x^2}} e^{-\frac{(\sqrt[3]{x}-a)^2}{2\sigma^2}}$, $x \ne 0$:

362. $f_\eta(x) = \begin{cases} 1, & x \in (0,1) \\ 0, & x \notin (0,1): \end{cases}$

363. $c = 1$, $f_\eta(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{1-x}}, & x \in (0,1) \\ 0, & x \notin (0,1): \end{cases}$

364. $c = \frac{20}{\pi^2}$, $F(x,y) = \left(\frac{1}{\pi}\arctan\frac{x}{4} + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{\pi}\arctan\frac{y}{5} + \frac{1}{2}\right)$:

365. 1) $\frac{3}{128}$, 2) $f(x,y) = \begin{cases} (\ln^2 2)2^{-x-y}, & x \ge 0,\ y \ge 0, \\ 0, & \text{մնացած դեպքերում,} \end{cases}$

գ) $135 \cdot 2^{-12}$: 366. $a = \frac{1}{\pi^2}$, $f_\xi(x) = f_\eta(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$, ξ-ն և η-ն անկախ են: 367. ա) $f_\xi(x) = e^{-x}$, $x \ge 0$, բ) $f_\eta(y) = \frac{1}{(1+y)^2}$, $y > 0$: 371. 14/39, 10/39, 10/39/ 5/39: 372. ա) $pF(x) + qG(x)$, բ) $F(x)[p + qG(x)]$, գ) $F(x) + qG(x)[1 - F(x)]$: 374. Ոչ: 375. Այո: 377. Ոչ: 378. Ոչ: 379. ա) Այո, բ) այո, գ) այո, օրինակ՝ ξ-ն ընդունում է -1 և 1 արժեքները, իսկ $\eta = -\xi$: Այդ դեպքում $\xi + \eta = 0$ և $\xi\eta = -1$: 382. Այո: Ընդհանրապես կփոխվի: 388. $f_{\xi,\eta}(x,y) = \begin{cases} 1/2, & (x,y) \in R \\ 0, & (x,y) \notin R \end{cases}$,

$f_\xi(x) = f_\eta(x) = \begin{cases} 1 - |x|, & |x| \le 1 \\ 0, & |x| > 1, \end{cases}$ ξ-ն և η-ն կախյալ են:

389. $f_\xi(x) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{R^2 - x^2}}{\pi R^2}, & |x| \le R, \\ 0, & |x| > R, \end{cases}$

$f_\eta(y) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{R^2 - y^2}}{\pi R^2}, & |y| \le R, \\ 0, & |y| > R, \end{cases}$ $f_\zeta(z) = \begin{cases} \frac{1}{2H}, & |z| \le H, \\ 0, & |z| > H, \end{cases}$

(ξ, η, ζ) վեկտորի պրոյեկցիաները կախյալ են:

390. ա) $f_\xi(x) = f_\eta(x) = f_\zeta(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}\cdot\frac{r^2-x^2}{r^3}, & |x| \le r \\ 0, & |x| > r, \end{cases}$ բ) 1/8:

393. ա) $F(x,y) = F(\min(x,y))$,

բ) $F(x,y) = \begin{cases} 0, & x \le -y,\ \ y \le 0 \\ F(x) - F(-y), & -y < x < y,\ \ y > 0, \\ F(y) - F(-y), & x \ge y,\ \ y > 0: \end{cases}$

394. բ) $(12x^2+6x)/7$ գ) 15/56 դ) 0,8625: 397. $P(\eta_n = 1) = P(\eta_n = -1) = 1/2$: 398. 5/6, 1/6: 399. ա) 1/8, բ) $f_\xi(x) = \frac{3}{8} - \frac{3}{16}x^2$, $f_\eta(x) = \frac{1}{4}e^{-y}y^3$: 400. 1/2, $1-e^{-a}$: 403. $\frac{1}{2}+\frac{3y}{4x}-\frac{y^3}{4x^3}$: 404. $F_\xi(x) = 1-(1-F(x))^n$, $F_\eta(x) = (F(x))^n$: 405. $F_\eta(x) = 1-\exp\{-(\sum\limits_{i=1}^{n}\lambda_i)x\}$, $x \ge 0$:

406.

$\xi+\eta$	-1	0	1	2	3
P	0,06	0,15	0,32	0,27	0,2

$\xi-\eta$	-3	-2	-1	0	1
P	0,08	0,18	0,35	0,24	0,15

$\xi\eta$	-2	-1	0	1	2
P	0,08	0,06	0,51	0,15	0,2

407.

$\xi+\eta$	-1	0	1	2	3
P	0,08	0,16	0,28	0,24	0,24

$\xi-\eta$	-1	0	1	2	3
P	0,12	0,24	0,32	0,16	0,16

$\xi\eta$	-2	-1	0	1	2
P	0,16	0,16	0,2	0,24	0,24

408. $P(\eta = i) = 2q^ip - q^{2i}p - q^{2i+1}p$, $P(\eta = i, \xi_1 = j) = q^{i+j}p^2$, $i > j$, $P(\eta = i, \xi_1 = i) = (1-q^{i+1})q^ip$, $q = 1-p$:

409. $F(x,y) = \begin{cases} (F(y))^n - (F(y)-F(x))^n, & x < y \\ (F(y))^n, & x \ge y: \end{cases}$

418. $P(\xi+\eta = k) = \begin{cases} \frac{k+1}{(n+1)^2}, & k = 0,1,...,n, \\ \frac{2n+1-k}{(n+1)^2}, & k = n+1,...,2n: \end{cases}$

422. $f_\eta(x) = \begin{cases} 0, & x \le 2a,\ x > 2b \\ \frac{x-2a}{(b-a)^2}, & 2a < x \le a+b \\ \frac{2b-x}{(b-a)^2}, & a+b < x \le 2b : \end{cases}$ (Սիմպսոնի բաշխում)

423. ա) $f_\eta(x) = \begin{cases} \frac{1}{a}\left(1 - \frac{|x|}{a}\right), & |x| \le a \\ 0, & |x| > a, \end{cases}$

բ) $f_\eta(x) = \begin{cases} \frac{1}{a}\left(1 - \frac{|x|}{a}\right), & |x| \le a \\ 0, & |x| > a, \end{cases}$

424. ա) $f_\eta(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [0,2] \\ x, & 0 < x \le 1 \\ 2-x, & 1 < x \le 2, \end{cases}$

բ) $f_\eta(x) = \begin{cases} 1-|x|, & |x| \le 1 \\ 0, & |x| > 1, \end{cases}$

գ) $f_\eta(x) = \begin{cases} 2(1-x), & 0 < x \le 1 \\ 0, & x \le 0,\ x > 1 \end{cases}$

դ) $f_\eta(x) = \begin{cases} -\ln x, & 0 < x < 1 \\ 0, & x < 0,\ x \ge 1 \end{cases}$

ե) $f_\eta(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{1}{2}, & 0 < x \le 1 \\ \frac{1}{2x^2}, & x > 1 : \end{cases}$

425. $f_{\xi+\eta}(x) = \begin{cases} 0, & x \le -1,\ x > 3 \\ \frac{x+1}{4}, & -1 < x \le 1 \\ \frac{3-x}{4}, & 1 < x \le 3 : \end{cases}$

426. $f_\eta(x) = \frac{1+|x|}{4} e^{-|x|}$:

427. $f_{\xi+\eta}(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{1}{a}(1 - e^{-\lambda x}), & 0 \le x \le a, \\ \frac{1}{a} e^{-\lambda x}(e^{\lambda a} - 1), & x > a : \end{cases}$

430. ա) $f_\eta(x) = \begin{cases} \frac{\lambda}{2}e^{-\lambda x}, & x \geq -\frac{1}{\lambda}\ln 2, \\ 0, & x < -\frac{1}{\lambda}\ln 2 \end{cases}$

բ) $f_\eta(x) = \begin{cases} \frac{1}{(1+x)^2}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0: \end{cases}$ 431. $f_{\xi\eta}(x) = 12x(1-x)^2$, $x \in (0,1)$:

433. $f_\eta(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$: 435. $F_\eta(x) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{x}, & x > 1 \\ 0, & x \leq 1: \end{cases}$

436. $f_\eta(x) = \begin{cases} 1, & x \in (0,1) \\ 0, & x \notin (0,1): \end{cases}$ 437. $f_\eta(x) = \begin{cases} 0, & x \notin (0,1] \\ \frac{1}{2(1-x)^2}, & 0 < x \leq 1/2 \\ \frac{1}{2x^2}, & 1/2 < x \leq 1: \end{cases}$

438. $f_\eta(x) = \begin{cases} 0, & x \notin (0,2] \\ x^2, & 0 < x \leq 1 \\ x(2-x), & 1 < x \leq 2: \end{cases}$ 439. $f_{\xi\eta}(x) = 12x(4x - x^2 - 2\ln x - 3)$, $x \in (0,1)$: 440. $f_{\xi\eta}(x) = e^{-x}$, $x > 0$: 443. $1 - e^{-\frac{R^2}{2}}$: 444. $\eta \sim N(0,1)$: 448. $E\xi = 0$, $D\xi = \frac{n(n+1)}{3}$: 449. ξ-ն դիպումների թիվն է: $E\xi = 14$, $D\xi = 4,2$: 450. $p = 2/3$, $n = 18$: 451. \$5: 452. ξ-ն վերցրած արտադրանքների մեջ գտնվող խոտան արտադրանքների թիվն է, $E\xi = 3/5$, $D\xi = 28/75$: 453. ξ-ն հանված գնդիկների մեջ սպիտակ գնդիկների թիվն է, $E\xi = 0,8$, $D\xi = 0,36$: 454. $n(2p-1)$: 456. $k = a$, $A = e^{-a}$: 457. $E\xi = a$, $D\xi = a(a+1)$: 458. $a = 1/10$, $q = 9/10$: 459. ա) $D\xi = E\xi(E\xi + 1)$, բ) $P(\xi = n) = \frac{a^n}{(1+a)^{n+1}}$, $n = 0, 1, ...$ (Պասկալի բաշխում): 460. ξ-ն նետումների թիվն է, $E\xi = 2$, $D\xi = 2$: 461. $E\xi = \frac{1}{p}$, $D\xi = \frac{1-p}{p^2}$: 462. $f(x) = \begin{cases} 1/6, & x \in (1,7) \\ 0, & x \notin (1,7): \end{cases}$

463. $a = \lambda/2$, $E\xi = 0$, $D\xi = \frac{2}{\lambda^2}$: 464. $A = 2\lambda^2$, $E\xi = \frac{\sqrt{\pi}}{2\lambda}$, $D\xi = \frac{4-\pi}{4\lambda^2}$: 465. $E\xi = n+1$, $D\xi = n+1$:

466. ա)

η	0	1
P	1/3	2/3

բ) $E\eta = 2/3$, $D\eta = 2/9$: 467. $E\eta = 2,4$, $D\eta = 1,99$: 468. $E\eta = \frac{\lambda}{1+\lambda}$, $D\eta = \frac{\lambda}{(2+\lambda)(1+\lambda)^2}$: 469. ա) 1/2, բ) $e - 1$: 470. ա) $E\eta = 0$, $D\eta = 1/3$, բ) $E\eta = 1/2$, $D\eta = 1/12$: 471. ա)

1/2, բ) $-1/2$: 472. $\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\ln 2$: 473. $F_\eta(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ \frac{2x}{l}, & 0 < x \le l/2, \\ 1, & x > l/2, \end{cases}$
$E\eta = l/4$, $D\eta = \frac{l^2}{48}$: 474. $E\zeta = 1,9$, $D\zeta = 1,29$: 475. 1) 2/17, 2) 35/12, 3) 4,87, 4) 227/33, 5) 43/83, 6) 35/33: 476. բ) $E\xi = 7/2$, $E\eta = 161/36$, $D\xi = 35/12$, $D\eta = 2555/1296$, $cov(\xi,\eta) = 105/72$: 477. $E\zeta = -6$, $D\zeta = 29$: 479. $\frac{\alpha^2-\beta^2}{\alpha^2+\beta^2}$: 481. ա) $\frac{\sqrt{15}}{4}$, բ) $\frac{\sqrt{21}}{5}$: 482. ա) $\frac{4\sqrt{6}}{\pi^2}$, բ) 0: 483. ա) 18 բ) 21: 484. $a+1/k$, $1/k^2$, բ) 1, 1/6: 485. $D\xi = 1$, $D\eta = 1$, $cov(\xi,\eta) = 0$: 486. 2, 5/3, 12/5: 487. ա) $P(\xi = k) = \frac{C_n^k C_{N-m}^{m-k}}{C_N^m}$, $k = 0,1,...,m$, բ) $E\xi = \frac{mn}{N}$, $D\xi = \frac{mn(N-n)(N-m)}{N^2(N-1)}$: 488. $E\xi_1 = 4$, $E\xi_2 = 3$:
489. $E\xi = \frac{1-(2p-1)^n}{2}$: 490. ξ-ն հանված սև գնդիկների թիվն է, $E\xi = n/m$: 491. $P(\xi = k) = q^k p + p^k q$, $k = 1,2,...$, p-ն մեկ փորձում հաջողության հավանականությունն է, $q = 1-p$: $E\xi = \frac{p}{q}+\frac{q}{p}$, $D\xi = \frac{p}{q^2}+\frac{q}{p^2}-2$: 492. $E\xi = \alpha/\beta$, $D\xi = \alpha/\beta^2$: 493. $\frac{1-e^{-\lambda}}{\lambda}$: 496. $c = 2$, $E\eta = 1/2$, $D\eta = 1/12$: 497. ա) $\sigma\sqrt{\frac{2}{\pi}}$, բ) $\sigma\sqrt{\frac{2}{\pi}}$: 498. $E\rho = a/3$, $D\rho = a^2/18$: 499. $E\eta = \frac{2}{3}R$, $D\eta = \frac{R^2}{18}$:
500. $F_\xi(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ \frac{2}{\pi}\arctan\frac{x}{R}, & x > 0, \end{cases}$ $f_\xi(x) = \frac{2R}{\pi(R^2+x^2)}$, $x \ge 0$, $E\xi$-ն գոյություն չունի:
501. $F_\xi(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0, \\ \frac{2}{\pi}\arcsin\frac{x}{2R}, & 0 < x \le 2R, \\ 1, & x > 2R, \end{cases}$ $E\xi = \frac{4R}{\pi}$:
504. $E\eta = e^{-\frac{1}{2}}$, $D\eta = \frac{1}{2}(1-e^{-1})^2$: 506. 155: 507. $E\xi_n = 1$, $D\xi_n = 1$: 510. $E\eta = 0$: 514. $(\sigma_1-\sigma_2)^2 \le D(\xi+\eta) \le (\sigma_1+\sigma_2)^2$: 516. $E\xi\eta = 1$, $D\xi\eta = 4/9$: 517. $E\zeta = 1/4$, $D\zeta = 7/144$: 518. $E\zeta = 0$, $D\zeta = 1/24$: 519. $a = -\sqrt{3}$, $b = \sqrt{3}$: 521. $E\xi^k = \frac{k!}{\lambda^k}$:
522. $\mu_{2k+1} = 0$, $\mu_{2k} = (2k-1)!!\sigma^{2k}$

$\eta \setminus \xi$	-2	-1	1	2
1	0	1/4	1/4	0
4	1/4	0	0	1/4

527. $B = \begin{pmatrix} \frac{29}{48} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$: 529. ա) ոչ,

բ) այո: 530. -1/2: 531. $B = \begin{pmatrix} \sigma^2 & 3\sigma^4 \\ 3\sigma^4 & 15\sigma^6 \end{pmatrix}$: 533. $\frac{n-m}{n}$: 534. ρ^2: 538. $y^2/3$: 539. $\frac{n\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2}$: 540. $\frac{5-4y}{8-6y}$: 541. $y+2$: 542. 2: 543. 1/8: 544. 1, 1, 1: 545. -23/6: 546. 6, 112/33: 547. $\frac{1}{n+1}$, $\frac{n}{n+1}$: 548. $E\xi = 1$, $D\xi = 1$: 549. $\frac{(2N-m)(2N-m-1)}{2(2N-1)}$: 552. $\frac{1}{4}$: 553. $\frac{8}{9}$: 554. 0,64: 555. 0,909: 557. $> \frac{2}{3}$: 558. $> 0,84$: 559. $\leq \frac{11}{31}$: 560. $\geq 19/20$: 561. $p_1 = 0,75$: 562. $> \frac{3}{4}; > \frac{39}{40}$: 563. 0,94: 564. 0,75: 565. $\varepsilon = \frac{\sqrt{2}}{30}$: 566. $\varepsilon = 0,3$: 567. ա) $\leq \frac{15}{17}$ բ) $\geq \frac{3}{4}$ գ) $n \geq 10$: 568. $\leq \frac{25}{48}$; 0,2: 571. Այո: 572. Այո: 573. Այո: 574. Այո: 575. Այո: 579. $n \geq 250000$: 580. $p > 0,82$: 581. $p > 0,98$: 582. $S \geq 815$: 584. $p > 0,9875$: 585. $s < 1/2$: 591. $\cos t$: 592. $\cos^2 t$: 593. $\prod_{k=1}^{n}(q_k+p_k e^{it}); q_k+p_k = 1$: 594. $pe^{ita} + (1-p)e^{itb}$: 595. $\frac{\sin at}{at}$: 596. $\frac{4\sin^2\frac{at}{2}}{a^2t^2}$: 597. $\frac{a^2}{a^2+t^2}$: 598. $\frac{1}{1-it}; \nu_k = k!$: 599. $\frac{e^{itb}-e^{iat}}{it(b-a)}, \frac{b^{k+1}-a^{k+1}}{(k+1)(b-a)}$: 600. e^{-3}: 601. ա) $P(\xi = -1) = P(\xi = 1) = \frac{1}{2}$: բ) $P(\xi = -2) = P(\xi = 2) = \frac{1}{4}$, $P(\xi = 0) = \frac{1}{2}$: 602. $\left(\frac{2}{i(b-a)t}(e^{it\frac{b}{2}} - e^{it\frac{a}{2}})\right)^2$: 603. $e^{-|t|}$: 604. $(q+pe^{it})^n; np; npq$: 605. $\frac{1}{1+a(1-e^{it})}; a; a(1+a)$: 606. $\mu_{2k+1} = 0; \mu_{2k} = \sigma^{2k}(2k-1)!!$: 607. $(1-\frac{it}{a})^{-\lambda}; \frac{\lambda(\lambda+1)\cdots(\lambda+k-1)}{a^k}$: 609. $f(x) = \frac{a}{\pi(a^2+x^2)}$: 610. $f(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}$: 618. Բինոմական բաշխում $(n+m, p)$ պարամետրով: 619. Պուասոնյան բաշխում $\lambda_1 + \lambda_2$ պարամետրով: 625. ա) Նորմալ բաշխում $(0, 2)$ պա– րամետրով: 626. $f(x) = \begin{cases} 1/2, & x \in [-1,1] \\ 0, & x \notin [-1,1] : \end{cases}$

627. $f(x) = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{1}{1+(x-1)^2} + \frac{1}{1+(x-1)^2}\right)$: 628. $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ e^{-x}, & x \geq 0 : \end{cases}$

630. $n \geq 4$: 633. 0,1699: 634. 0,04: 635. $n = 450000$: 636. 0,9759: 637. Այո: 638. Ոչ: 644. Ոչ:

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

ՆԱՐԻՆԵ ԳԵՎՈՐԳԻ ԱՀԱՐՈՆՅԱՆ,
ԵՊՐԱՔՍՅԱ ՌՈՒԲԻԿԻ ԻՍՐԱԵԼՅԱՆ

ՀԱՎԱՆԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ԽՆԴՐԱԳԻՐՔ

Համակարգչային ձևավորումը՝ Կ. Չալաբյանի
Կազմի ձևավորումը՝ Ա. Պատվականյանի
Սրբագրումը՝ Վ. Դերձյանի

Տպագրված է «Գևորգ-Հրայր» ՍՊԸ-ում:
ք. Երևան, Գրիգոր Լուսավորչի 6

Ստորագրված է տպագրության՝ 01.06.2016:
Չափսը՝ 60x84 $^{1}/_{16}$: Տպ. մամուլը՝ 9,625:
Տպաքանակը՝ 500:

ԵՊՀ հրատարակչություն
ք. Երևան, 0025, Ալեք Մանուկյան 1

ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ
ԵՐԵՎԱՆ 2016
publishing.ysu.am